

Kapitel 1

Welleneigenschaften von Licht

Um einen ersten Einblick in die Natur der Quantenmechanik zu erlangen betrachten wir zunächst die Wellen- und Teilcheneigenschaften von elektromagnetischer Strahlung und wie diese in unterschiedlichen Experimenten zu Tage treten.

In der klassischen Elektrodynamik wird elektromagnetische Strahlung erfolgreich als Wellenphänomen beschrieben. Die Maxwell-Gleichungen erlauben es eine grosse Anzahl von Beobachtungen akkurat zu erklären. Ein klassisches Beispiel ist die Beugung von Licht an einem Einzelspalt oder die Interferenz von Licht an einem Doppelspalt. Diese Phänomene lassen sich durch die Welleneigenschaften von elektromagnetischer Strahlung vollständig beschreiben. In diesem Kapitel werden wir anhand einiger Beispiele noch einmal diskutieren unter welchen experimentellen Bedingungen Welleneigenschaften von Licht zu Tage treten. Diese Betrachtungen sind mitunter auch deswegen nützlich, da wir in späteren Kapiteln die Welleneigenschaften von Materie, die in ähnlichen Experimenten zum Vorschein kommen, betrachten werden.

Unter bestimmten experimentellen Bedingungen zeigt elektromagnetische Strahlung jedoch Eigenschaften, die sich nicht mehr mit klassischem Elektromagnetismus im Wellenbild erklären lassen. Zum Beispiel zeigt sich, dass die Energie, die von einer elektromagnetischen Welle transportiert wird, in Einheiten von einzelnen Photonen quantisiert ist. Desweiteren kann man beobachten, dass diese Teilchen des Lichts, obwohl sie masselos sind, ebenfalls einen Impuls tragen.

Welche dieser Eigenschaften des Lichts nun beobachtet werden hängt sehr spezifisch von den Bedingungen ab unter welchen Experimente mit Licht durchgeführt werden.

Zur Einführung wollen wir anhand eines generischen experimentellen Aufbaus zur Untersuchung der Eigenschaften von Licht (siehe Abb. 1.1) verschiedene Bedingungen betrachten, unter denen Wellen- oder Teilcheneigenschaften von Licht zu beobachten sind.

Der Aufbau besteht zunächst aus einer häufig als punktförmig approximierten Lichtquelle, die Licht der Wellenlänge λ (Frequenz ν) mit einer Intensität I isotrop in alle Richtungen des Raumes aussendet. Befindet sich die Lichtquelle im Brennpunkt einer Sammellinse der Brennweite f , so lässt sich das Licht

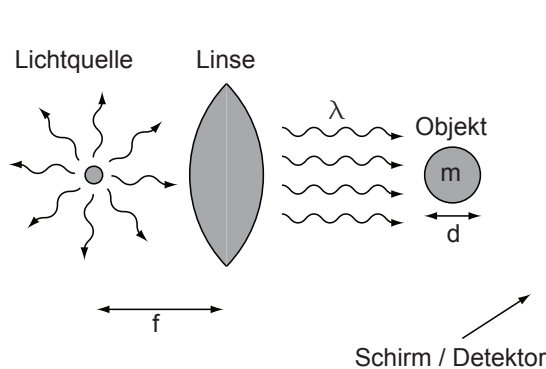


Abb. 1.1: Typischer Aufbau zur Untersuchung der Eigenschaften von Licht.

hinter der Linse in guter Näherung als ebene elektromagnetische Welle beschreiben. Häufig wird dann die Wechselwirkung des so erzeugten Lichts mit einem Objekt von Interesse untersucht. Dieses Objekt könnte zum Beispiel ein Doppelspalt sein oder auch ein einfaches kugelförmiges Objekt mit Durchmesser d und Masse m . Nach der Wechselwirkung mit dem Objekt wird meist das Licht mit einem Schirm, oder einem anders gearteten Detektor, aufgefangen und die Intensität I (Leistung pro Fläche) der detektierten Strahlung als Funktion des Ortes dargestellt.

Bei der Durchführung und Interpretation von Experimenten dieser Art sind die experimentellen Bedingungen, die mitunter starken Einfluss auf die beobachtbaren physikalischen Phänomene haben, ausschlaggebend.

- a) In der **geometrischen Optik** beschreiben wir das Licht als geometrische Strahlen, die sich nach einfachen Prinzipien im Raum ausbreiten. Dabei nehmen wir meist an, dass die Wellenlänge des verwendeten Lichts λ viel kleiner ist als die Objekte mit denen es wechselwirkt. λ ist aber typischerweise gleichzeitig gross gegen atomare Längenskalen der relevanten Objekte. Ebenfalls nehmen wir realistischerweise an, dass die Massen m der im Experiment verwendeten Objekte so gross ist, dass das mit ihnen wechselwirkende Licht keinen nennenswerten Impuls auf die Objekte überträgt. Ausserdem ist die Intensitätsverteilung des Lichts nach passieren der Apparatur nur mit endlich grosser Auflösung messbar. Dies führt dazu, dass Interferenz¹ und Beugungsphänomene² in Abhängigkeit von der Wellenlänge des Lichtes, von den geometrischen Eigenschaften des Strahlenganges und von der Ortsauflösung des Detektors meist nicht beobachtet werden können. In einem solch einfachen Fall ergibt sich die Intensitätsverteilung auf dem Schirm schlicht als geometrisches Schattenbild des Objekts.

- b) In der **Wellenoptik** betrachtet man den Fall, dass die Wellenlänge λ

¹Unter Interferenz versteht man die Überlagerung von zwei oder mehr Wellen nach dem Superpositionsprinzip, d.h. die Wellen überlagern sich ohne sich gegenseitig zu beeinflussen. Mathematisch ausgedrückt heisst das: Das elektromagnetische Feld der resultierenden Welle ergibt sich durch Addition der elektromagnetischen Felder der Einzelwellen aber nicht der Intensitäten.

²Als Beugung bezeichnet man das Eindringen von Wellen in den geometrischen Schattenraum eines Objekts.

des verwendeten Lichts von ähnlicher Grössenordnung sein kann wie die Abmessungen d des Objekts. In diesem Fall treten Interferenz- oder Beugungserscheinungen bei den Experimenten zu Tage, z.B. wenn Doppelspalte oder Gitter als Objekte verwendet werden. Bei ausreichend grosser Ortsauflösung des Detektors, z.B. von der Grössenordnung λ , können Beugungserscheinungen z.B. auch an einem einzelnen kugelförmigen Objekt beobachtet werden. Dabei bemerken wir, dass die Masse m der im Experiment betrachteten Objekte immer noch gross ist, so dass der Impulsübertrag bei der Wechselwirkung mit Photonen vernachlässigt werden kann. Unter diesen Bedingungen zeigt das Licht klar die Eigenschaften elektromagnetischer Wellen.

- c) In der **Quantenoptik** betrachten wir nun die Situation, dass die Objekte, deren Wechselwirkung mit Licht wir beobachten, kleiner sind als die Wellenlänge des Lichts, d.h. $d \ll \lambda$, und die Masse m klein genug ist, so dass das Licht einen merkbaren Impuls auf das Objekt übertragen kann. In diesem Fall werden neue Effekte wie z.B. der Photoeffekt (siehe Kapitel 2) oder der Compton-Effekt (siehe Abschnitt 4.2) beobachtbar. Beim Photoeffekt werden durch die Wechselwirkung mit einzelnen Photonen einzelne Elektronen aus einem Material gelöst. Der Compton-Effekt beschreibt die Wechselwirkung zwischen einem Photon und einem freien Elektron. Es wird sich herausstellen, dass diese Wechselwirkung analog zur Wechselwirkung zwischen zwei Teilchen, bei der Energie- und Impulserhaltung gilt, betrachtet werden kann. Hier reicht eine klassische Beschreibung der Eigenschaften des Lichts im Wellenbild nicht mehr aus, um die auftretenden physikalischen Phänomene zu beschreiben. Mit solchen Situationen werden wir uns ausführlich in den nächsten Kapiteln befassen.

Zunächst werden wir anhand der Beugung am Einzelspalt (Abschnitt 1.1) und Doppelspalt (Abschnitt 1.2) das Verständnis der Welleneigenschaften des Lichts vertiefen.

1.1 Beugung am Einzelspalt

Wir untersuchen als erstes die Beugung einer elektromagnetischen Welle am Einzelspalt. Dabei betrachten wir den Fall, dass die Wellenlänge λ des Lichts ähnlich der Breite d des Einzelspalts ist. Das Ganze betrachten wir in der *Fraunhofer-Näherung*^[1], d.h. wir nehmen an, dass die Abstände zwischen Lichtquelle und Beugungsobjekt, sowie zwischen Beugungsobjekt und Beobachtungsebene (Schirm) viel grösser sind als die Spaltbreite d , so dass einfallende und gebeugte Wellenfront als eben angesehen werden können. Wir können also in unseren Berechnungen von ebenen Wellen ausgehen. In der Praxis lässt sich dies am einfachsten dadurch erreichen, dass man eine Punktquelle in den Brennpunkt einer Sammellinse bringt und das Beugungsbild in der Brennebene einer zweiten Sammellinse registriert. Eine solche Anordnung, von der wir in unseren Berechnungen ausgehen, ist in Abb. 1.2 skizziert.

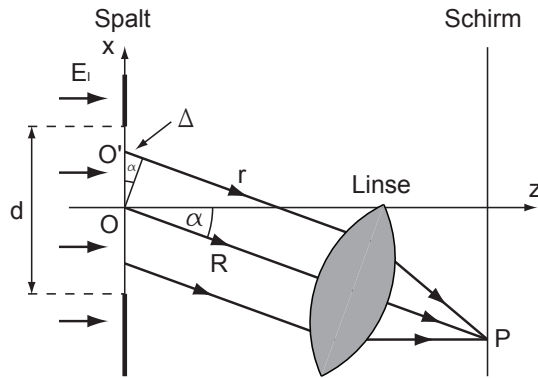


Abb. 1.2: Fraunhofer Beugung am Einzelspalt der Breite d .

Auf den Einzelspalt der Breite d trifft eine ebene elektromagnetische Welle E_I der Form

$$E_I = E_{I0} e^{i(\omega t - kz)}, \quad (1.1)$$

wobei der Nullpunkt $z = 0$ beim Einzelspalt gewählt wird, E_{I0} die Amplitude, $\omega = 2\pi\nu$ die Kreisfrequenz und $k = 2\pi/\lambda$ den Wellenvektor des Lichts bezeichnen.

Wir wollen nun die Amplitude E_P und die Intensität I_P des elektromagnetischen Feldes im Beobachtungspunkt P berechnen. Der Beobachtungspunkt P befindet sich dabei wie erwähnt in der Brennebene einer Sammellinse. Somit werden im Beobachtungspunkt P alle Parallelstrahlen, die von allen Punkten der Wellenfront des Einzelspalts ausgehen, fokussiert. Nach dem Huygens-Prinzip³ sind diese Strahlen Teile von Elementarwellen, die von jedem Punkt des Einzelspalts ausgehen und in P entsprechend dem Superpositionsprinzip interferieren. Die Quellen dieser Elementarwellen (Huygens-Wellen) sind entlang des Einzelspalts kontinuierlich verteilt.

1.1.1 Berechnung des elektromagnetischen Feldes

Der Beitrag dE_P einer Elementarwelle, die vom Punkt O' ausgeht, zur elektromagnetischen Welle im Punkt P beträgt

$$dE_P = E_{I0} e^{i(\omega t - kr)}, \quad (1.2)$$

wobei E_{I0} die Amplitude der einfallenden ebenen Welle ist und r der optische Weg zwischen O' und P . Verglichen mit dem Weg R zwischen O (Spaltmitte) und P , ist r in der besagten Näherung um den Gangunterschied Δ grösser. Ausgedrückt in Abhängigkeit des Beugungswinkels α und der Koordinate x am Spalt ergibt sich für den Gangunterschied

$$\Delta = x \sin \alpha. \quad (1.3)$$

³Das Huygensche Prinzip besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfront als Ausgangspunkt einer neuen Welle (Elementarwelle) betrachtet werden kann. Die neue Lage der Wellenfront ergibt sich durch Überlagerung (Superposition) sämtlicher Elementarwellen.

Somit ergibt sich

$$dE_P = E_{10} e^{i(\omega t - k(R+x \sin \alpha))}. \quad (1.4)$$

Die gesamte elektromagnetische Welle im Punkt P ergibt sich dann durch Integration über alle Teilwellen des Einzelspalts

$$\begin{aligned} E_P &= \int_{-d/2}^{d/2} dE_P dx = E_{10} e^{i(\omega t - kR)} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-ikx \sin \alpha} dx \\ &= E_{10} e^{i(\omega t - kR)} \left. \frac{e^{-ikx \sin \alpha}}{-ik \sin \alpha} \right|_{-d/2}^{d/2} \\ &= E_{10} e^{i(\omega t - kR)} \frac{e^{ik \sin \alpha d/2} - e^{-ik \sin \alpha d/2}}{ik \sin \alpha} \\ &= E_{10} e^{i(\omega t - kR)} \frac{\sin(k \sin \alpha d/2)}{k \sin \alpha/2} \\ &= \underbrace{E_{10} d}_{\equiv E_0} e^{i(\omega t - kR)} \frac{\sin \beta}{\beta}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

wobei

$$\beta = k \sin \alpha \frac{d}{2} = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha \quad (1.6)$$

gerade der Phasendifferenz zwischen dem Strahl aus der Mitte und einem Strahl vom Rand des Einzelspalts entspricht oder in anderen Worten 2β ist die Phasendifferenz zwischen den Randstrahlen.

Die physikalische elektromagnetische Welle entspricht dem Realteil dieser Funktion. Daher erhalten wir für das elektromagnetische Feld E_P im Beobachtungspunkt P

$$E_P = E_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \cos(\omega t - kR). \quad (1.7)$$

1.1.2 Berechnung der Intensität

Die Intensität I_P ergibt sich durch zeitliche Mittelung des Quadrats des elektromagnetischen Feldes E_P über die Periode T der Oszillation des Feldes

$$\begin{aligned} I_P &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \langle E_P(t)^2 \rangle_T \\ &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T E_P(t)^2 dt \\ &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t - kR) dt \\ &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin(2kR)}{4\omega T} - \frac{\sin(2kR - 2\omega T)}{4\omega T} \right) \\ &= \underbrace{\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{E_0^2}{2}}_{\equiv I_0} \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}. \end{aligned} \quad (1.8)$$

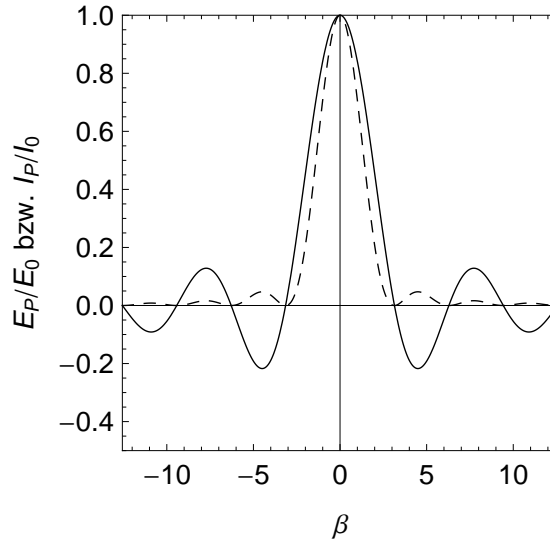


Abb. 1.3: Das normierte elektromagnetische Feld E_P/E_0 (durchgezogene Linie) und die normierte Intensität I_P/I_0 (gestrichelte Linie) für die Beugung am Einzelspalt als Funktion von $\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha$.

1.1.3 Eigenschaften der Intensitätsverteilung

In Abb. 1.3 sind die Intensität I_P und das elektromagnetische Feld E_P dargestellt.

Wir wollen nun auf die Eigenschaften dieser Verteilungen eingehen.

a) Hauptmaximum

Das Hauptmaximum tritt bei $\alpha = 0$ auf. Dabei nimmt das elektromagnetische Feld E_P und die Intensität I_P jeweils den Wert ihrer Amplituden E_0 bzw. I_0 an.

b) Minima

Die Minima treten bei den Nullstellen von $\sin \beta$ auf, d.h. wenn β ein ganzzahliges Vielfaches von π ist. Wir erhalten somit die folgende Bedingung für die Beugungsminima unter dem Winkel α_{\min}

$$\sin \alpha_{\min} = n \frac{\lambda}{d} \text{ mit } n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}. \quad (1.9)$$

Dies entspricht genau der Bedingung, dass der Gangunterschied zwischen den Rändern des gebeugten Strahls $\Delta = d \sin(\alpha)$ einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge λ entspricht.

c) Nebenmaxima

Die Nebenmaxima folgen aus der Bedingung

$$\frac{d}{d\beta} \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right) = \frac{\beta \cos \beta - \sin \beta}{\beta^2} = 0. \quad (1.10)$$

Daraus ergibt sich folgende transzendente Gleichung, die z.B. graphisch gelöst werden kann

$$\beta = \tan \beta. \quad (1.11)$$

d) Relative Positionen der Minima und Maxima

Das Hauptmaxima befindet sich genau in der Mitte von zwei Minima gleicher Ordnung. Hingegen beobachtet man, dass die Nebenmaxima nicht genau in der Mitte zwischen den benachbarten Minima zu liegen kommen. Die numerische Lösung der transzendenten Gleichung (1.11) ergibt jedoch, dass mit zunehmendem β die Nebenmaxima immer näher in die Mitte rücken: Für das erste Nebenmaximum erhält man $\beta = 1.43\pi$ statt 1.5π für die Mitte, beim zweiten 2.46π statt 2.5π , beim dritten 3.47π statt 3.5π , usw..

Bemerkung:

Das Beugungsmuster (elektromagnetisches Feld und Intensität) lässt sich auch durch die Fouriertransformation der Spaltfunktion bestimmen. Für genauere Ausführungen wird auf weiterführende Literatur verwiesen [1].

1.2 Beugung am Doppelspalt

Wir wollen uns nun der Beugung am Doppelspalt annehmen. Wir betrachten dazu die Anordnung, die in Abb. 1.4 skizziert ist. Dabei soll wiederum gelten, dass die Wellenlänge λ des Lichts ähnlich der Breite d der Einzelspalte ist. Weiter betrachten wir das Ganze wiederum in der Fraunhofer Näherung, d.h. wir nehmen an, dass die Abstände zwischen Lichtquelle und Beugungsobjekt, sowie zwischen Beugungsobjekt und Beobachtungsebene (Schirm) viel grösser sind als die Einzelspaltbreite d und der Abstand zwischen den Einzelspalten a . Daher können wir wiederum von ebenen Wellen ausgehen.

Ausgehend von den Resultaten zur Beugung am Einzelspalt, wollen wir nun wiederum das elektromagnetische Feld E und die Intensität I auf dem Schirm bestimmen.

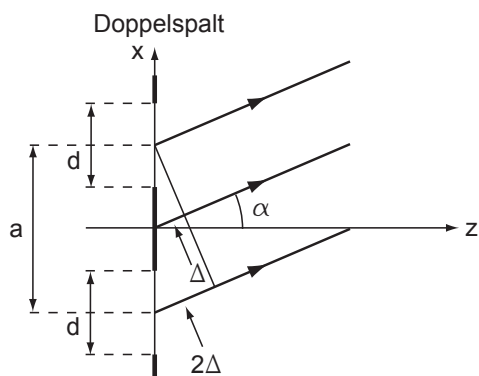


Abb. 1.4: Fraunhofer Beugung am Doppelspalt. Ein Einzelspalt hat die Breite d und der Abstand zwischen den Einzelspalten wird mit a bezeichnet.

1.2.1 Berechnung des elektromagnetischen Feldes

Das elektromagnetische Feld für den Doppelspalt erhalten wir durch Addition der elektromagnetischen Felder der Einzelspalte unter Berücksichtigung der entsprechenden Phasenverschiebungen. Abb. 1.4 entnehmen wir, dass alle Wellen, die von dem bei $x = a/2$ gelegenen oberen Einzelspalt ausgehen, einen um $\Delta = a/2 \sin \alpha$ geringeren optischen Weg gegenüber eines fiktiven Einzelspalts bei $x = 0$ zurücklegen. Damit erhält die gesamte vom oberen Einzelspalt ausgehende elektromagnetische Welle E_1 eine zusätzliche Phase von

$$\varphi = -k\Delta = \frac{1}{2}ka \sin \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \alpha. \quad (1.12)$$

Daher erhalten wir

$$E_1 = E_P e^{i\varphi}, \quad (1.13)$$

wobei E_P das elektromagnetische Feld des Einzelspalts ist. Analog erhalten wir für das elektromagnetische Feld E_2 des unteren Einzelspalts

$$E_2 = E_P e^{-i\varphi}. \quad (1.14)$$

Daraus ergibt sich unter Verwendung von Gl. (1.7) für das elektromagnetische Feld E des Doppelspalts

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 \\ &= E_P e^{i\varphi} + E_P e^{-i\varphi} \\ &= 2 E_P \cos \varphi \\ &= 2 E_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \cos(\omega t - kR) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (1.15)$$

1.2.2 Berechnung der Intensität

Die Intensität I für den Doppelspalt ergibt sich (analog zur Berechnung für den Einzelspalt) durch zeitliche Mittelung des Quadrats des elektromagnetischen Feldes E über die Periode T der Oszillation des Feldes

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \langle E(t)^2 \rangle_T \\ &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T E(t)^2 dt \\ &= 4 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cos^2 \varphi \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t - kR) dt \\ &= 4 I_0 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cos^2 \varphi, \end{aligned} \quad (1.16)$$

wobei I_0 der beim Beugungswinkel $\alpha = 0$ gemessene Wert für den Einzelspalt ist.

1.2.3 Eigenschaften der Intensitätsverteilung

In Abb. 1.5 ist das elektromagnetische Feld E und die Intensität I für den Doppelspalt dargestellt.

Wir wollen nun auf die Eigenschaften dieser Verteilungen eingehen.

a) Spalt- und Strukturfaktor

Wir führen als erstes zwei neue Begriffe ein. Dazu schreiben wir das elektromagnetische Feld E und die Intensität I in der Form

$$E = E_0 \cdot F \cdot G, \quad (1.17)$$

$$I = I_0 \cdot F^2 \cdot G^2, \quad (1.18)$$

wobei $F = \sin \beta / \beta$ als *Spaltfaktor* und $G = 2 \cos \varphi$ als *Strukturfaktor* bezeichnet werden. Die Quadrate der beiden Grössen heissen *Spaltfunktion* bzw. *Strukturfunktion*. Die Strukturfunktion G^2 hängt nur vom Abstand a und nicht von der Breite d der Einzelspalte ab. Betrachtet man nur die Grösse $I_0 \cdot G^2$ ohne die Spaltfunktion F^2 dann entspricht dieser Ausdruck der Intensitätsverteilung, falls von den beiden Einzelspalten nur jeweils eine Elementarwelle ausgehen würde. Dies ist der Fall beim sogenannten *Youngschen Doppelspaltversuch*. Bei einem Doppelspalt endlicher Breite d treten auch Interferenzen zwischen den Elementarwellen eines Einzelspalts auf. Diese werden durch die Spaltfunktion F^2 berücksichtigt.

b) Maxima

Doppelspaltmaxima treten unter der Bedingung $\varphi = m\pi$ ($m \in \mathbb{Z}$) auf. D.h. für den Beugungswinkel $\alpha_{d,\max}$ bei den Maxima gilt

$$\sin \alpha_{d,\max} = m \frac{\lambda}{a} \text{ mit } m \in \mathbb{Z}. \quad (1.19)$$

Für die Winkel $\alpha_{e,\min}$ der Einzelspaltminima gilt nach Gl. (1.9):

$$\sin \alpha_{e,\min} = n \frac{\lambda}{d} \text{ mit } n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}. \quad (1.20)$$

Fallen nun die Winkel für ein Doppelspaltmaxima und ein Einzelspaltminima zusammen, dann wird das entsprechende Maximum unterdrückt. Aus (1.19) und (1.20) ergibt sich als Bedingung für fehlende Beugungsmaxima

$$\frac{m}{n} = \frac{a}{d}. \quad (1.21)$$

Da m und n ganzzahlig sind, kommt es somit zur Auslöschung von Doppelspaltmaxima für rationale Verhältnisse von Einzelspaltbreite d und Einzelspaltabstand a . In unserem Beispiel in Abb. 1.5 ($a = 5d$) werden somit die Ordnungen $m = \pm 5, \pm 10, \pm 15, \dots$ unterdrückt.

Falls nun $d = a$ ist gilt nach (1.21) $m = n$ und es werden somit bis auf $m = 0$ alle Doppelspaltmaxima unterdrückt. Dies ist so zu verstehen, dass für $d = a$ die beiden Einzelspalte der Breite d zu einem Einzelspalt der Breite $2d$ vereinigt werden und nur das Beugungsbild eines Einzelspalts beobachtbar ist.

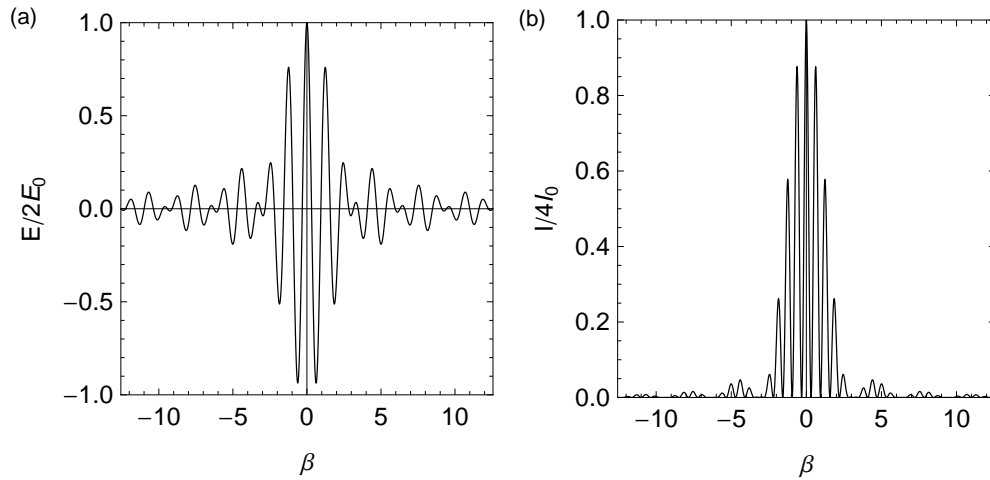


Abb. 1.5: (a) Das normierte elektromagnetische Feld $E/2E_0$ als Funktion von β gezeichnet für $a = 5d$, d.h. $\varphi = 5\beta$. (b) Die normierte Intensität $I/4I_0$ als Funktion von β gezeichnet für $a = 5d$, d.h. $\varphi = 5\beta$.

c) Minima

Doppelspaltminima treten unter der Bedingung $\varphi = \frac{(2m+1)}{2}\pi$ ($m \in \mathbb{Z}$) auf. D.h. für den Beugungswinkel $\alpha_{d,\min}$ bei den Minima gilt

$$\sin \alpha_{d,\min} = \frac{(2m+1)}{2} \frac{\lambda}{a} \text{ mit } m \in \mathbb{Z}. \quad (1.22)$$

1.3 Zusammenfassung

Hier nochmals die wichtigsten Resultate für die Beugung am Einzel- und Doppelspalt in der Übersicht:

Einzelspalt:

1. Elektromagnetisches Feld

$$E_P = E_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \cos(\omega t - kR). \quad (1.23)$$

2. Intensität

$$I_P = I_0 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}. \quad (1.24)$$

3. Beugungswinkel $\alpha_{h,\max}$ Hauptmaximum

$$\alpha_{h,\max} = 0. \quad (1.25)$$

4. Beugungswinkel α_{\min} Minima

$$\sin \alpha_{\min} = n \frac{\lambda}{d} \text{ mit } n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}. \quad (1.26)$$

5. Beugungswinkel $\alpha_{n,\max}$ Nebenmaxima

$$\frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha_{n,\max} = \tan \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha_{n,\max} \right). \quad (1.27)$$

Doppelspalt:

1. Elektromagnetisches Feld

$$E = 2 E_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \cos(\omega t - kR) \cos \varphi. \quad (1.28)$$

2. Intensität

$$I = 4 I_0 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cos^2 \varphi. \quad (1.29)$$

3. Spalt- und Strukturfaktor

$$E = E_0 \cdot F \cdot G, \quad (1.30)$$

$$I = I_0 \cdot F^2 \cdot G^2. \quad (1.31)$$

$F = \sin \beta / \beta$: Spaltfaktor, $G = 2 \cos \varphi$: Strukturfaktor.

4. Beugungswinkel $\alpha_{d,\max}$ Maxima

$$\sin \alpha_{d,\max} = m \frac{\lambda}{a} \text{ mit } m \in \mathbb{Z}. \quad (1.32)$$

Unterdrückt durch Einzelspaltminima falls

$$\frac{m}{n} = \frac{a}{d} \text{ mit } n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}, m \in \mathbb{Z}. \quad (1.33)$$

5. Beugungswinkel $\alpha_{d,\min}$ Minima

$$\sin \alpha_{d,\min} = \frac{(2m+1)}{2} \frac{\lambda}{a} \text{ mit } m \in \mathbb{Z}. \quad (1.34)$$

Literaturverzeichnis

- [1] F. Pedrotti, L. Pedrotti, W. Bausch, und H. Schmidt, *Optik für Ingenieure, Grundlagen*, Springer, Berlin Heidelberg New York, 2005.
- [2] A.H. Compton, Phys. Rev. **21**, 483 (1923).
- [3] http://www.satgeo.de/satgeo/quicklooks/methoden/fe_physik.htm, 27.10.2010.
- [4] <http://de.wikipedia.org/wiki/Sonne>, 27.10.2010.
- [5] <http://de.wikipedia.org/wiki/Sonnenradius>, 27.10.2010.
- [6] <http://de.wikipedia.org/wiki/Emissionsgrad>, 27.10.2010.
- [7] <http://www.periodensystem.info/download/>, 22.02.2011.
- [8] H. Haken, und H. Wolf, *Atom- und Quantenphysik, Einführung in die experimentellen und theoretischen Grundlagen*, Springer, Berlin Heidelberg New York, 2004.
- [9] <http://www2.selu.edu/Academics/Faculty/delbers/emission-spectra-1.jpg>, 14.01.2011.
- [10] F. Schwabl, *Quantenmechanik (QM I), Eine Einführung*, Springer, Berlin Heidelberg New York, 2002.
- [11] A. Goldberg, H.M. Schey, und J.L. Schwartz, American Journal of Physics **35**, 177 (1967).
- [12] J. Jackson, *Klassische Elektrodynamik*, de Gruyter, Berlin, 2006.