

Die kinetische Energie  $E_{kin}$  des  $\alpha$ -Teilchens ist vor und nach dem Stoss erhalten, da der Kern in Ruhe bleibt. Daher gilt für den Impuls des  $\alpha$ -Teilchens  $p_1$  vor dem Stoss und  $p_2$  nach dem Stoss

$$p_1 = p_2 = mv = \text{const.}$$

$v$  ist die Teilchengeschwindigkeit in grosser Entfernung vom Kern.

Die Impulsänderung  $\Delta p$  ist daher

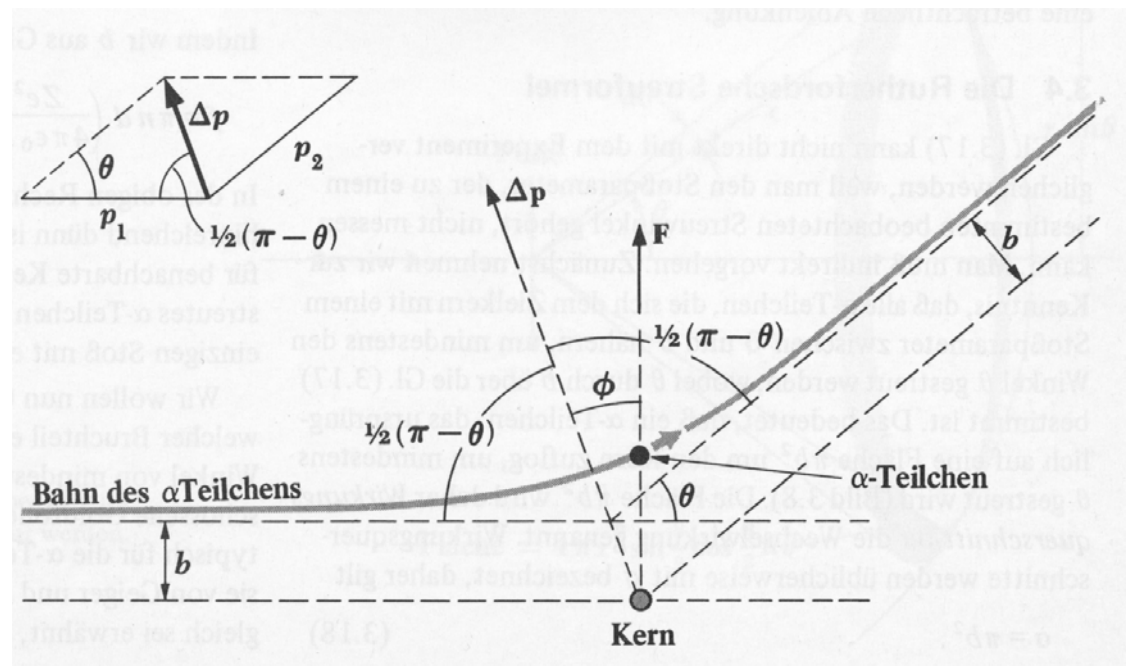
$$\Delta p = 2mv \sin \frac{\theta}{2}$$

Impulsübertrag in Richtung von  $\Delta p$  durch elektrostatische Wechselwirkung zwischen  $\alpha$ -Teilchen und Kern

$$\Delta p = \int F \cos \phi \, dt = \int F \cos \phi \frac{dt}{d\phi} \, d\phi$$

mit:  $\frac{d\phi}{dt} = \frac{vb}{r^2}$  ;  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ZZe^2}{r^2}$   $Ze$  : Kern  
 $Ze$  :  $\alpha$ -Teilchen

Erhaltung des Drehimpuls:  $|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = r m v \sin \phi = m v b = m r^2 \omega = m r^2 \frac{d\phi}{dt}$



Abhängigkeit des Streuwinkels vom Stossparameter  $b$  und der kinetischen Energie  $E_{kin}$  des  $\alpha$ -Teilchens

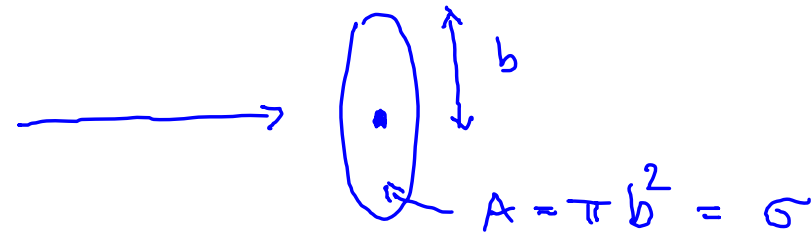
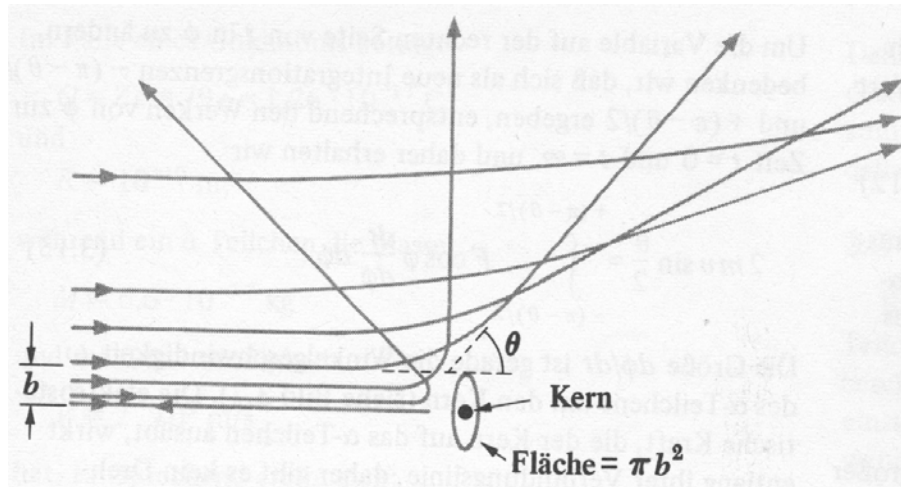
$$2mv \sin \frac{\Theta}{2} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0} v b \int_{-\frac{1}{2}(\pi-\Theta)}^{\frac{1}{2}(\pi-\Theta)} \cos \phi \, d\phi$$

$$2 \cos \frac{\Theta}{2}$$

Der Rutherford-Streuwinkel:

$$\cot \frac{\Theta}{2} = \frac{2\pi\epsilon_0}{Ze^2} mv^2 b = \frac{4\pi\epsilon_0}{Ze^2} E_k b$$

Bemerkung: Die Abhängigkeit zwischen  $b$  und  $\theta$  kann nicht für einzelne Streuprozesse bestimmt werden. Stattdessen bestimmen wir die Anzahl der Teilchen, die sich dem Kern näher als ein Stossparameter  $b$  annähern, und folglich um einen Winkel von mindestens  $\theta$  gestreut werden.



Streuquerschnitt

## 2.2.2 Rutherford'sche Streuformel

Streuung von  $\alpha$ -Teilchen an einer Folie mit Dicke  $d$  und Atomdichte  $n$  bei einem Strahlquerschnitt  $A$ .

Der Anteil  $f$  von  $\alpha$ -Teilchen, die mindestens um einen Winkel  $\theta$  gestreut werden, ist

$$f = \frac{d A n}{A} \sigma = n d \pi b^2$$
$$= n d \pi \left( \frac{Z e^2}{4 \pi \epsilon_0} \frac{1}{E_K} \cot \frac{\theta}{2} \right)^2$$

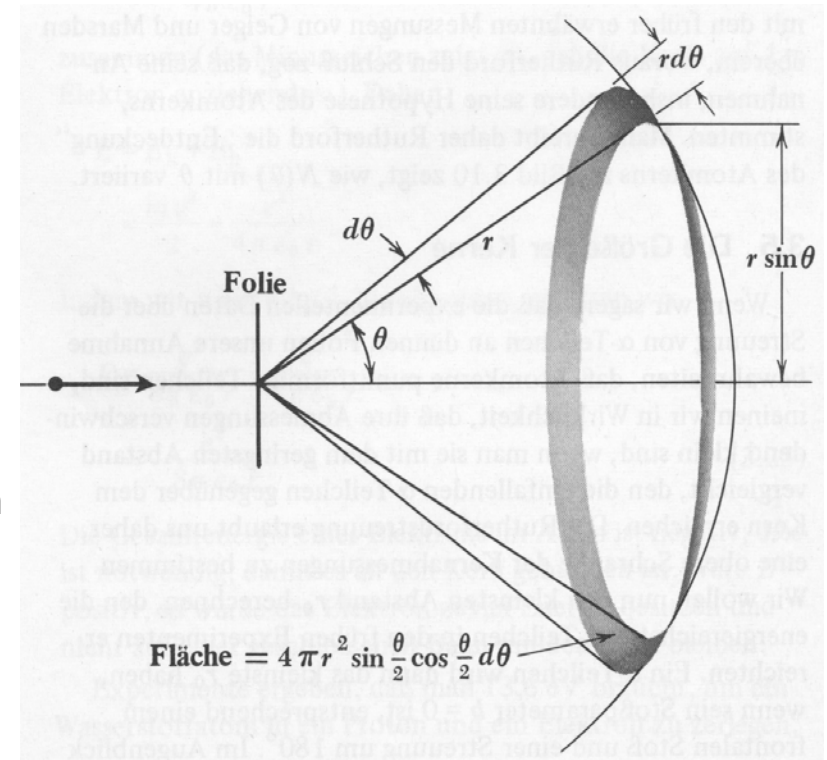
In Experimenten wird typischerweise die Anzahl von Teilchen, die in ein Winkелеlement  $d\theta$  um den Winkel  $\theta$  gestreut werden gemessen.

$$df = \frac{\partial f}{\partial \theta} d\theta$$

Gesamter Raumwinkel (Detektoroberfläche) in den Teilchen gestreut werden können:

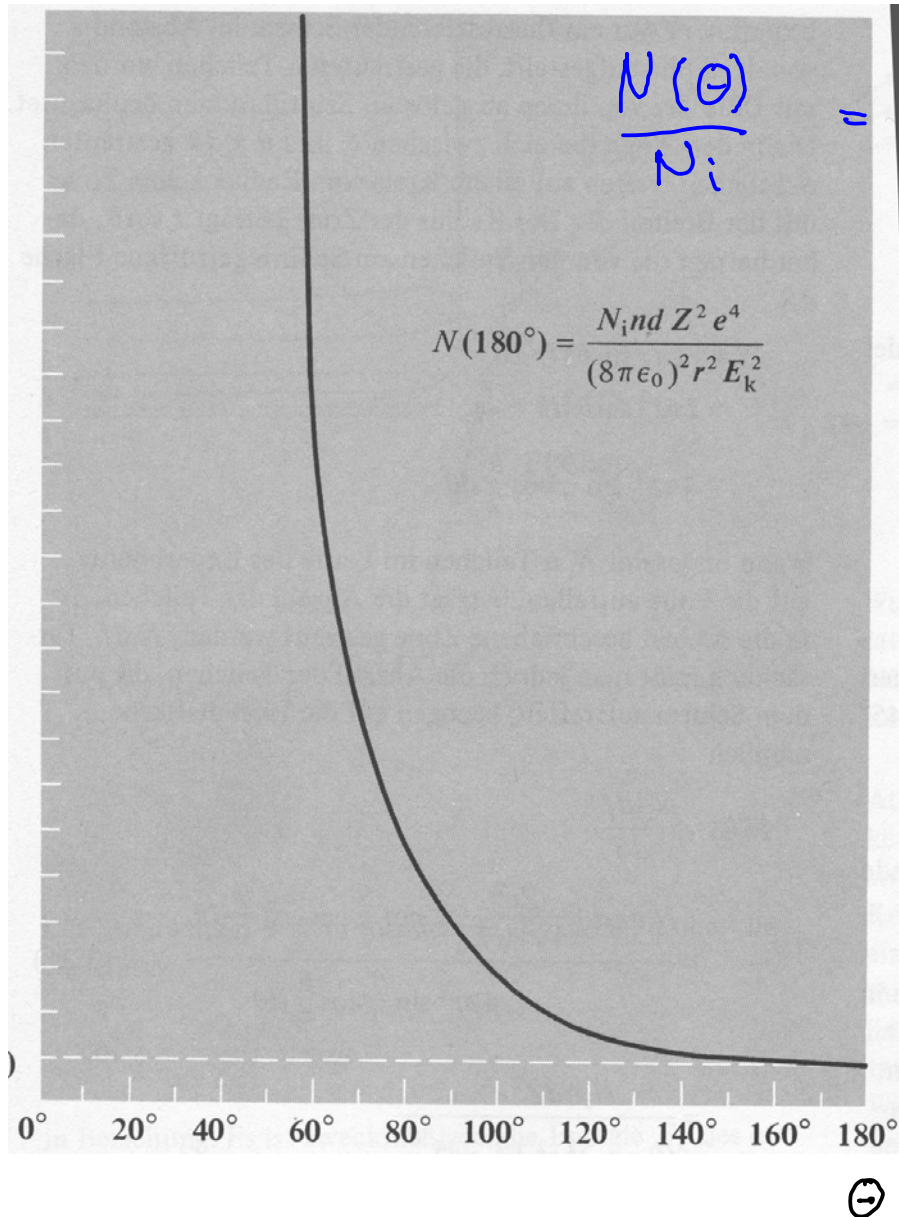
$$dS = 2\pi r \sin \theta \ r d\theta = 4\pi r^2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta$$

typische Geometrie des Detektors



# Rutherford-Streuformel

$N(\theta)$



$$\frac{dI}{dS} = \frac{\pi n d \left( \frac{Z e^2}{4\pi\epsilon_0 E_k} \right)^2 \frac{\cot \frac{\theta}{2}}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} d\theta}{4\pi r^2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta}$$

$$= \frac{n d Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 r^2 E_k^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

- starke Abhängigkeit von der Ladungszahl  $Z$ , dem Streuwinkel  $\theta$  und der Energie  $E_k$  der  $\alpha$ -Teilchen
- Bestätigt Rutherford Modell des Atoms.
- Entdeckung des Atomkerns
- Resultate können zur Bestimmung der Ladungszahl  $Z$  des Kerns genutzt werden.
- Abweichungen vom Modell für sehr kleine ( $b > a$ ) und sehr grosse ( $b < 10^{-15} \text{ m}$ ) Streuwinkel.

## Abschätzung der Grösse eines Atomkerns

Ungefähre maximale Energie von natürlich auftretenden  $\alpha$ -Teilchen

$$E_k = 7.7 \text{ MeV}$$

Betrachte zentralen Stoss mit Stossparameter  $b = 0$ . Die gesamte kinetische Energie ist in potentielle Energie umgewandelt wenn das  $\alpha$ -Teilchen den dem Kern nächsten Punkt  $r_0$  erreicht.

$$E_p = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \quad ; \quad E_p = E_k$$

$$\Rightarrow r_0 = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_k} = Z \cdot 3.8 \cdot 10^{-16} \text{ m}$$

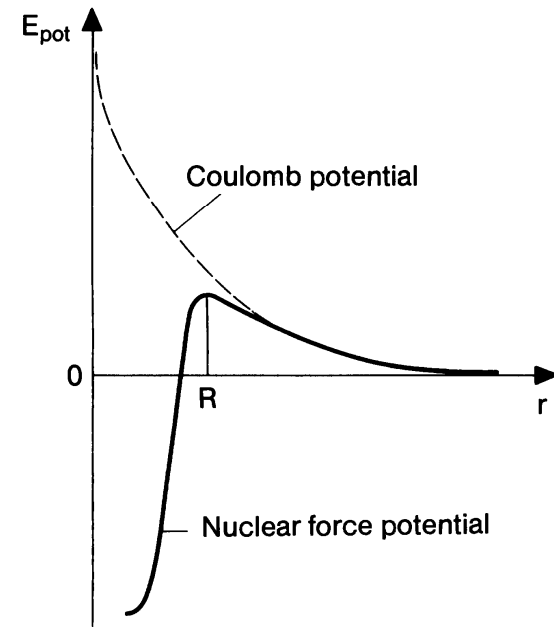
für Gold (Au,  $Z = 79$ )

$$r_0 = 3 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Genauereres Resultat für Bestimmung des Kernradius aus Streuexperimenten mit hochenergetischen Elektronen (einige GeV):

$$r_0 = R A^{1/3} \quad ; \quad R = 1.3 \cdot 10^{-15}$$

Mit der Massenzahl (Nukleonenzahl)  $A$  gegeben aus der Summe der Protonenzahl (Ladungszahl)  $Z$  und Neutronenzahl  $A-Z$  im Kern.



Abweichungen vom Coulomb-Potential für  $b < R$ : Kernkräfte

Notation für Element X:  $\begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} X$

### 3. Das Photon

#### 3.1. Wellen- und Teilcheneigenschaften von Licht

##### Klassische Welleneigenschaften:

- Huygens und Young (17.-18. Jh.):
- Licht hat Welleneigenschaften
  - Beugung, Interferenz, etc.
- Maxwell (1885):
- elektromagnetische Strahlung wird beschrieben durch die Maxwellgleichungen
  - elektrische  $E$  und magnetische  $B$  Felder der Frequenz  $\omega$
- Erzeugung von Licht:
- beschleunigte Ladungen erzeugen Licht
  - Antennen/Sender
  - Bremsstrahlung (Röntgenstrahlung)
  - Synchrotronstrahlung
  - Temperaturstrahlung (schwarze Strahler)

##### Quantenmechanische Teilcheneigenschaften des Lichts:

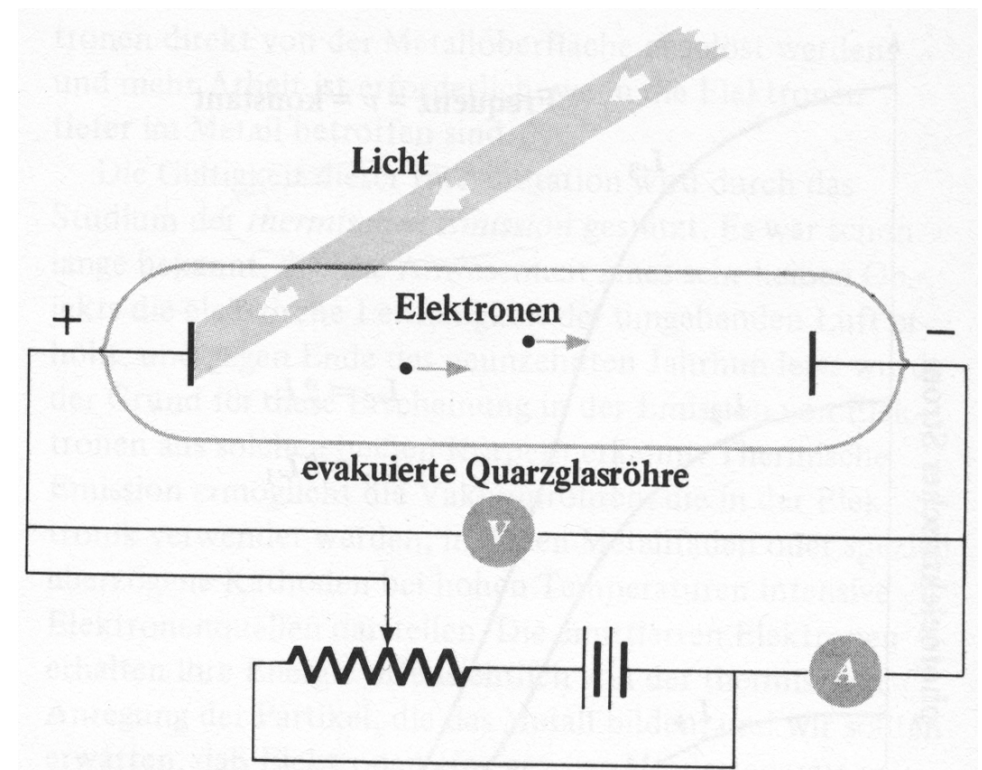
Teilchen/Quant	Photon	
Energie	$E = h \nu$	(Bsp.: Photoeffekt, Temperaturstrahlung)
Ausbreitungsgeschwindigkeit	$c$	
Masse	$m_0 = 0$	
Impuls	$p = h\nu/c = h/\lambda$	(Bsp.: Compton-Effekt)
Drehimpuls	$h/2\pi$	



## 3.2 Der Photoeffekt

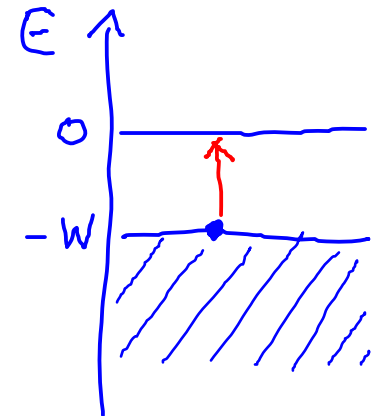
### Beobachtung: **Photoelektrische Emission**

- Licht von genügend hoher Frequenz (ultraviolett:  $\lambda \sim 1 - 400 \text{ nm}$ ), das auf eine Alkalimetall Oberfläche fällt, löst Elektronen aus dem Metall heraus.
- Messung (A) des Photostroms  $I$ , der zwischen einer Anode (+) und einer Kathode (-) in einer evakuierten Röhre fließt. Durch Anlegen einer Bremsspannung (V) kann der Strom reduziert und vollständig unterdrückt werden.



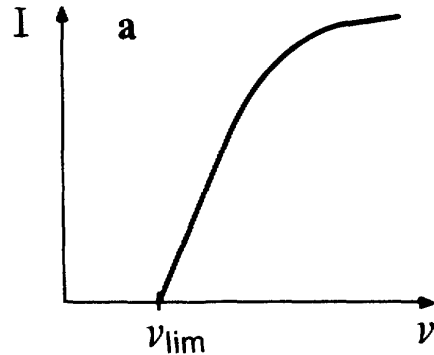
### ähnlicher Effekt: **Thermische Emission:**

- Elektronen können auch thermisch aus der Oberfläche eines Metalls durch Heizen auf hohe Temperaturen emittiert werden, z.B. wenn ein hoher Strom Metall durchfließt.
- In diesem Fall wird thermische Energie verwendet, um die Austrittsarbeit  $W$  des Metalls zu überwinden.  $W$  kann so experimentell bestimmt werden.
- Typische Werte für die Austrittsarbeit eines Metalls:  $W(\text{Li}) = 2.46 \text{ eV}$ ,  $W(\text{Na}) = 2.28 \text{ eV}$ ,  $W(\text{K}) = 2.25 \text{ eV}$ ,  $W(\text{Rb}) = 2.13 \text{ eV}$ ,  $W(\text{Cu}) = 4.48 \text{ eV}$ ,  $W(\text{Pt}) = 5.36 \text{ eV}$
- Dieser Prozess kann in Vakuumröhren genutzt werden, um freie Elektronen zu erzeugen (Röhrenfernseher, Elektronenmikroskop, Röntgenröhre, ...).



### 3.2.1 Messung des Photostroms: Quantitative Untersuchung des Photoeffekts

Abhängigkeit des Photostroms  $I$  von der Frequenz  $\nu$  des eingestrahlten Lichts bei fester Spannung  $V$ .

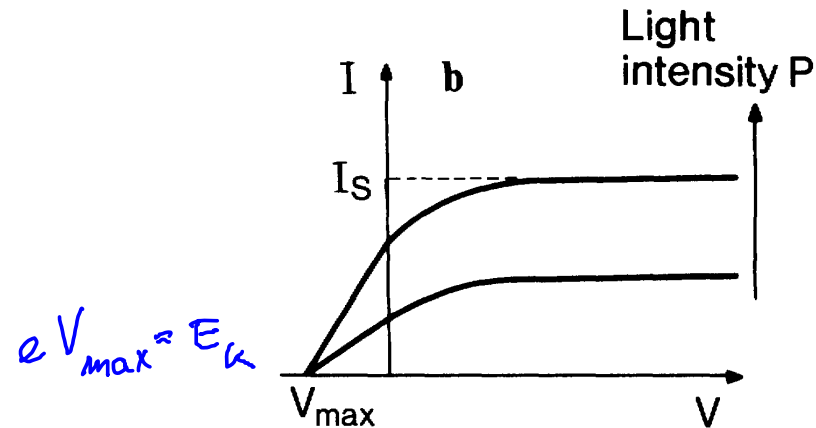


- Kein Strom unterhalb einer materialabhängigen Grenzfrequenz  $\nu_{lim}$  des eingestrahlten Lichts.

Weitere Beobachtungen:

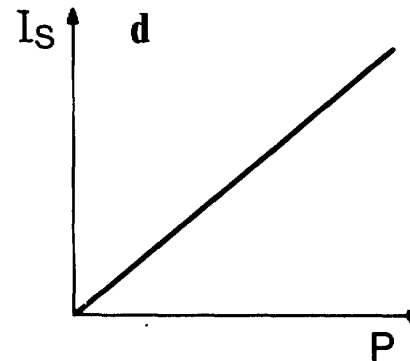
- Verteilung der Elektronenenergie ist unabhängig von der Intensität  $P$  des Lichts.
- Elektronen werden nach wenigen Nanosekunden ( $10^{-9}$  s) bei Einstrahlen des Lichts emittiert.

Abhängigkeit des Photostroms  $I$  von der Beschleunigungsspannung  $V$  für verschiedene Lichtintensitäten  $P$  bei fester Frequenz  $\nu > \nu_{lim}$ :



- Kein Strom unterhalb von  $V_{max}$ , hängt von der Frequenz des Lichts ab. Sättigung des Stroms  $I_s$  für grosse positive Spannungen  $V$ .

Abhängigkeit des Sättigungsstroms  $I_s$  von der Lichtintensität  $P$ :

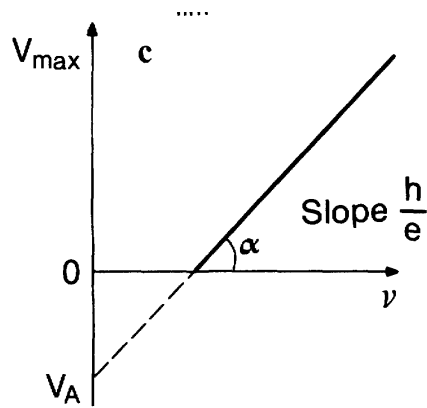


- Änderung der Intensität  $P$  des Lichts ändert die Zahl der emittierten Elektronen, also auch  $I_s$ .



### 3.2.2 Maximale kinetische Energie $E_{kin}$ der Photoelektronen in Abhängigkeit von der Frequenz $\nu$ des eingestrahlten Lichts

$$E_{kin,max} = eV_{max}$$



- es gibt eine materialspezifische Grenzfrequenz  $\nu_{lim}$  für die Emission von Elektronen
- maximale kinetische Energie der Elektronen hängt linear von der Frequenz  $\nu$  des Lichts ab
- die Proportionalitätskonstante ist unabhängig vom verwendeten Metall
- Die Proportionalitätskonstante kann bestimmt werden zu  $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ . Dies ist das Planck'sche Wirkungsquantum

#### Erklärung des Photoeffekts:

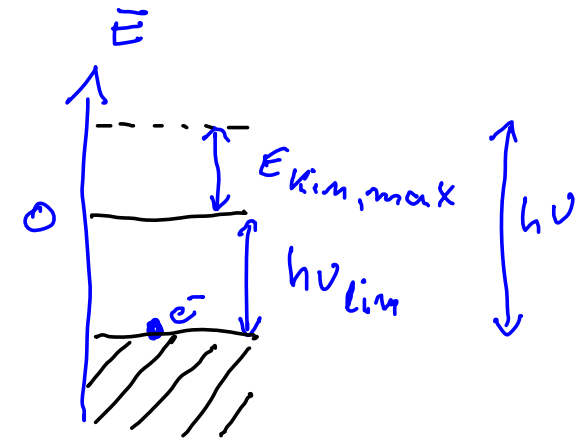
Energie des Photons

$$h\nu = E_{kin,max} + W$$

maximale Energie des Elektrons

$W = h\nu_{lim}$

Austrittsarbeit  $W$ : die zum Austritt eines Elektrons aus der Metalloberfläche benötigte Energie:



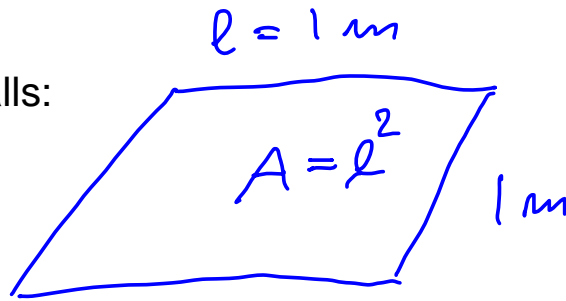
## Die Emissionszeit: Versuch einer klassischen Erklärung

**Beobachtung:** Instantane Emission von Elektronen aus der Oberfläche eines Metalls bei Lichtintensitäten von

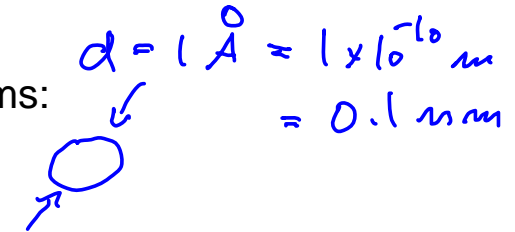
$$I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

Abschätzung des durchschnittlichen Energiegewinns eines Elektrons an der Oberfläche A des Metalls

Oberfläche A des Metalls:



Durchmesser  $d$  des Atoms:



Anzahl  $N$  der Atome in der obersten Gitterebene des Metalls:

$$N \sim A / d^2 = 10^{20}$$

mittlerer Energiegewinn pro Elektron (ein  $e^-$  pro Atom) pro Zeiteinheit:

$$\begin{aligned} I / N &\sim 10^{-26} \text{ W} \\ &\approx 10^{-7} \text{ eV/s} \end{aligned}$$

**Resultat:** Es sollte  $10^7$  Sekunden dauern bis ein Elektron im Mittel ausreichend Energie absorbiert hat um die Austrittsarbeit von  $1 \text{ eV}$  aus dem Licht zu absorbieren.

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

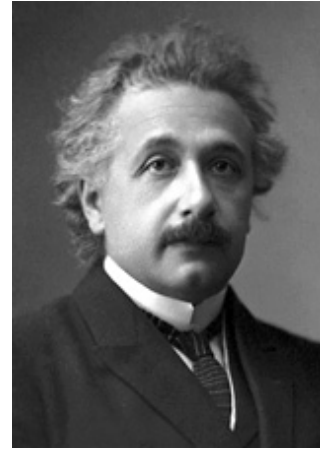
## Einsteins Erklärung des Photoelektrischen Effekts (1905):

- Licht besteht aus einzelnen Quanten, die wir Photonen nennen.
- Die Energie eines einzelnen Photons ist gegeben durch  $E = h \nu$
- $\nu$  ist die Frequenz des Photons,  $h$  ist die Planck'sche Konstante

Anwendungen des fotoelektrischen Effekts:

- Fotosensoren
- Detektoren für elektromagnetische Strahlung

Aufgaben zum Fotoelektrischen Effekt auf Übungsblatt 2.



Nobelpreis in Physik (1906)

Albert Einstein

"for his services to Theoretical Physics, and especially for his discovery of the law of the photoelectric effect"

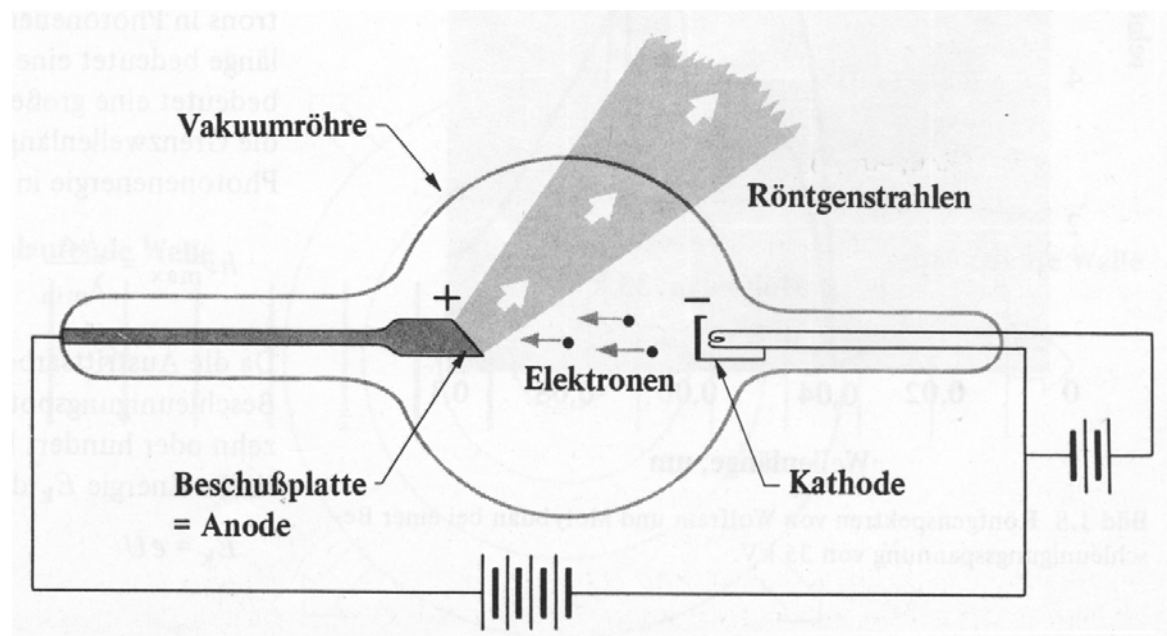
### 3.3 Röntgenstrahlung und ihre Erzeugung

schematische Darstellung einer Röntgenröhre:

- Erzeugung elektromagnetischer Strahlung durch hochenergetische Elektronen, die auf eine Metalloberfläche auftreffen.
- "Inverser Photoeffekt"

charakteristische Eigenschaften der Röntgenstrahlung:

- Breitet sich geradlinig und unabhängig von elektrischen oder magnetischen Feldern aus.
- Intensität steigt mit einfallendem Elektronenfluss.
- Schnellere Elektronen erzeugen höherenergetische Röntgenstrahlung.
- Röntgenstrahlung ruft Reaktionen in Photosensitiven Materialien hervor.
- Sie kann Fluoreszenz oder Phosphoreszenzstrahlung erzeugen.



Erster Nobelpreis in Physik (1901)

#### Wilhelm Conrad Röntgen

"in recognition of the extraordinary services he has rendered by the discovery of the remarkable rays subsequently named after him"

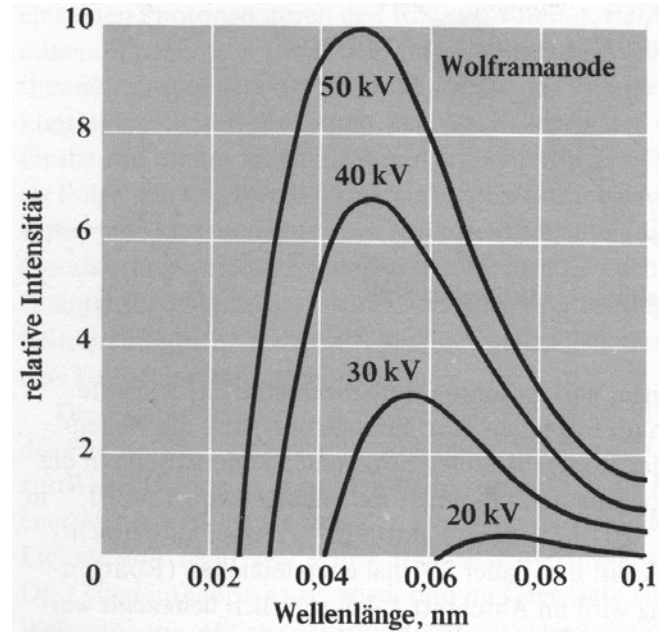


Das allererste Röntgenbild:  
Die Hand von Konrad  
Röntgens Ehefrau.

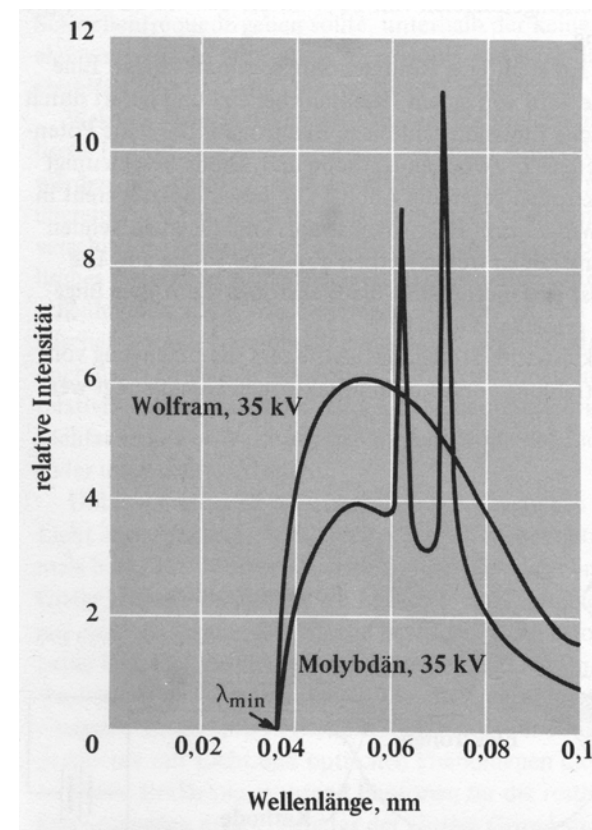
# Röntgenspektren

Beobachtungen:

- Bremsstrahlung: Kontinuierliches Spektrum erzeugt durch in Vielfachstreuung abgebremste Elektronen.
- Untere Grenzwellenlänge  $\lambda_{min}$  (obere Grenzfrequenz  $\nu_{max}$ ) bestimmt durch maximale Elektronenergie  $E_{kin}^{max} = e U$  bei Beschleunigungsspannung  $U$ .
- Grenzfrequenz ist nur abhängig von  $E_{kin}^{max}$  und unabhängig vom Material



Wolfram ( $_{74}W$ )



Molybdän ( $_{42}Mo$ )

Grenzwellenlänge, -frequenz:

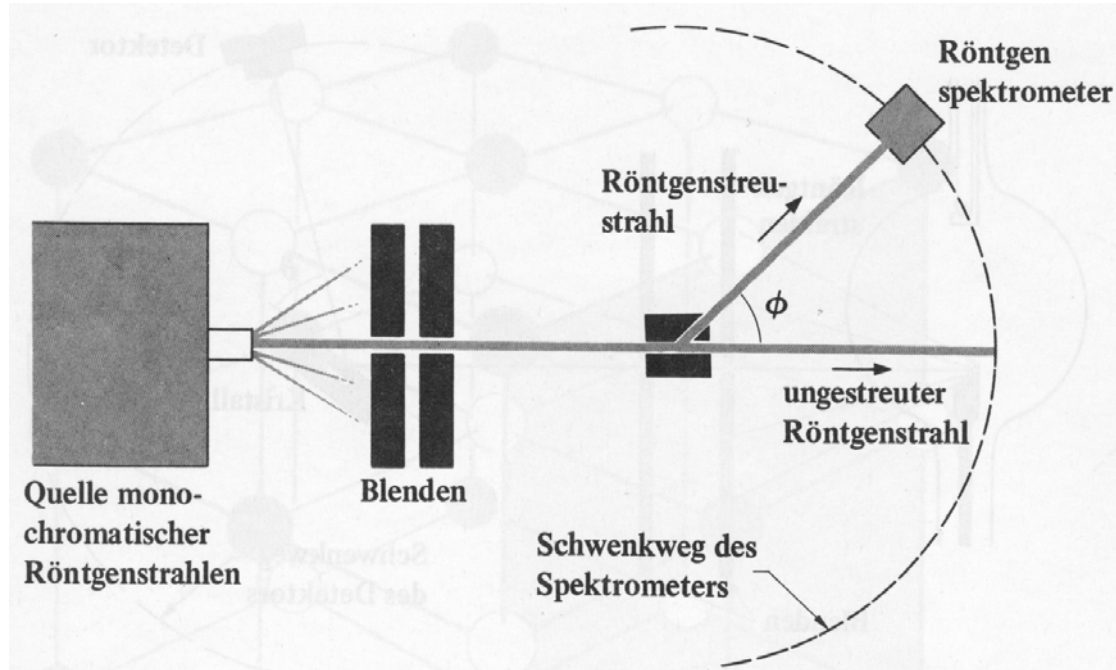
$$E_{kin, max} = eU = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}} \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{hc}{eU}$$

- Typischer Wellenlängenbereich für Röntgenstrahlung:  $\lambda = 10^{-11} - 10^{-8} m = 0.01 - 10 nm$
- Für Material charakteristische Intensitätsmaxima bei  $\lambda \sim 1/Z^2$  im Spektrum (siehe Mo). Detaillierte Erklärung folgt.

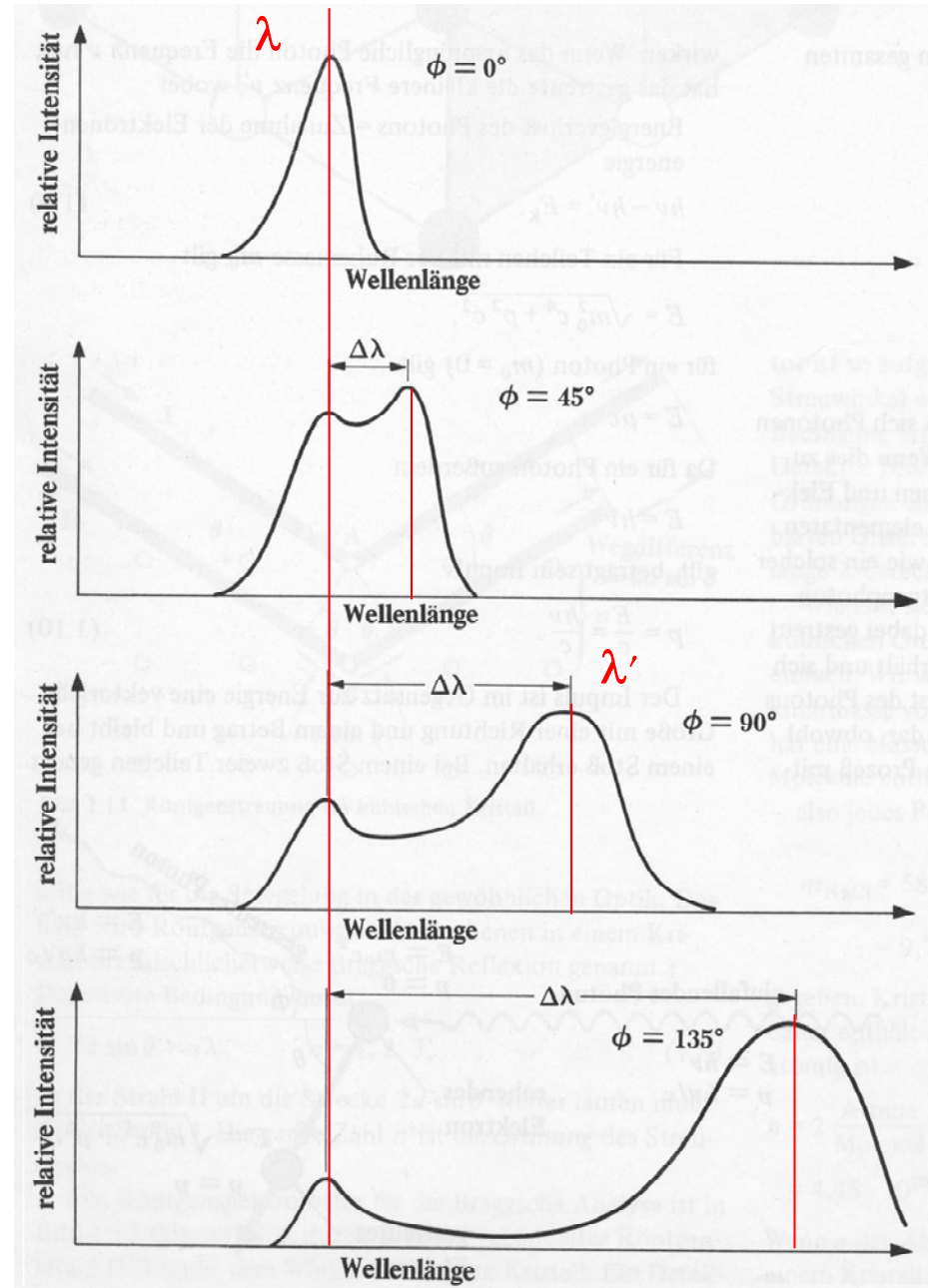


### 3.4 Der Compton-Effekt

betrachte die Streuung von Röntgen-Photonen an (quasi) freien Elektronen (Experiment in der Vorlesung)



Compton-Spektren: Abhängigkeit der gestreuten Intensität von der Wellenlänge



- unter  $\phi = 0$  gemessenes Spektrum zeigt Maximum bei Wellenlänge  $\lambda$  der einfallenden Photonen
- unter Streuwinkeln  $\phi > 0$  tritt ein zusätzliches (Compton) Maximum bei der Wellenlänge  $\lambda'$  auf
- bei  $\phi > 0$  verbleibt ein Maximum im Spektrum bei der Wellenlänge  $\lambda$  durch Streuung an stärker gebundenen Elektronen (kann als höhere effektive Masse des Elektrons  $m_0^*$ , die durch stärkere Bindung an den Atomkern auftritt, erklärt werden)

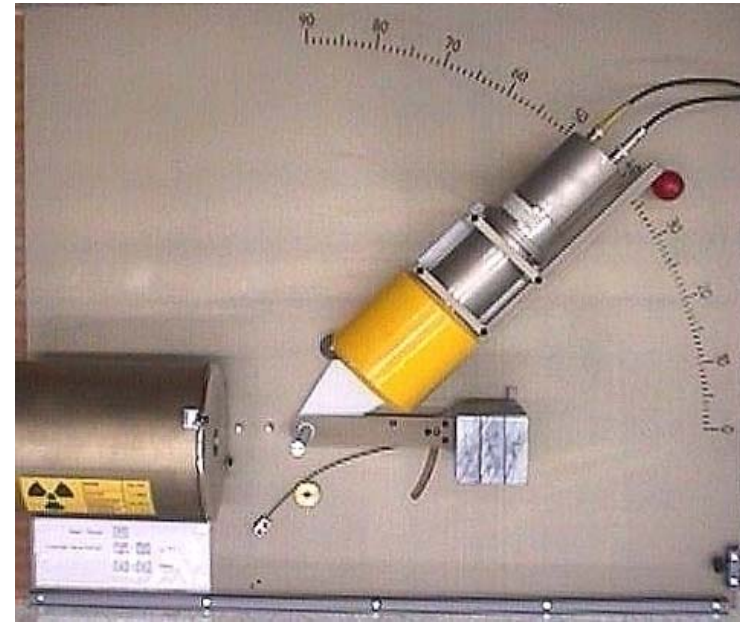


### 3.4.1 Experiment zum Compton-Effekt

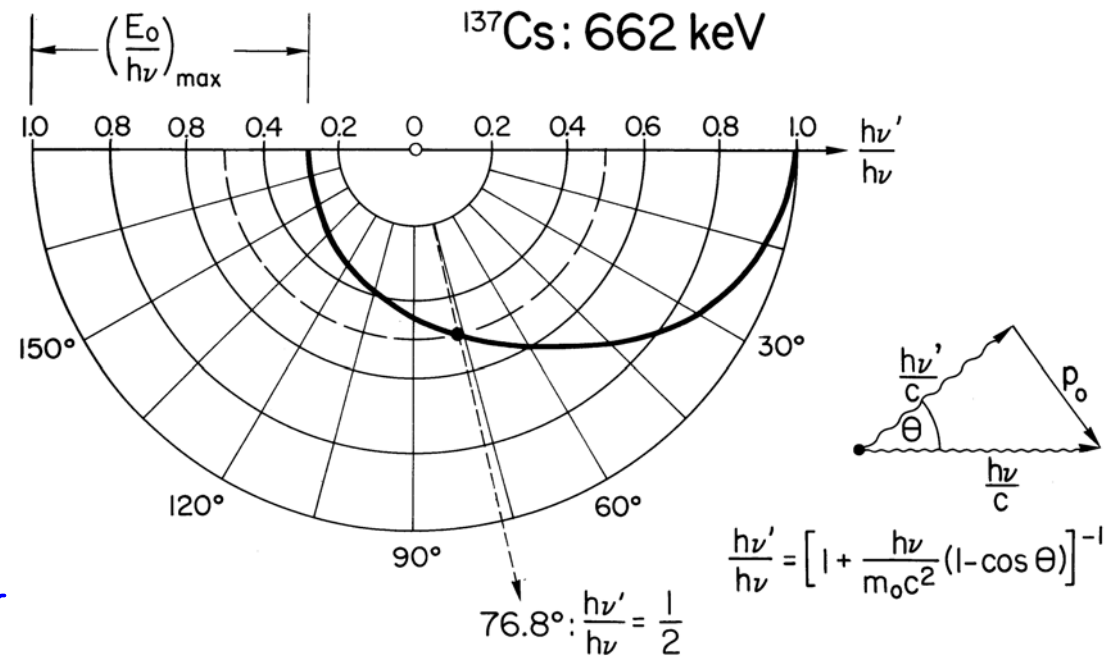
Nachweis des Impulses eines Photons.

#### Aufbau:

- Quelle hochenergetischer Photonen (Röntgenstrahlen, oder hier Gammastrahlen)
- Streukörper mit (quasi) freien Elektronen. Freies Elektronengas in gut leitfähigen Festkörpern, hier Cu.
- Photodetektor, hier Szintillationszähler mit Sekundärelektronenvervielfacher

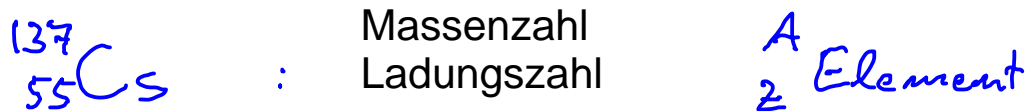


Messergebnis:

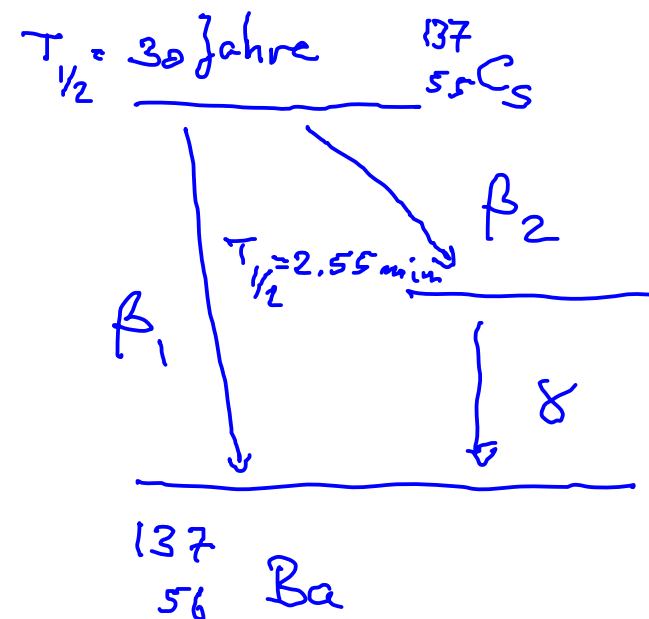
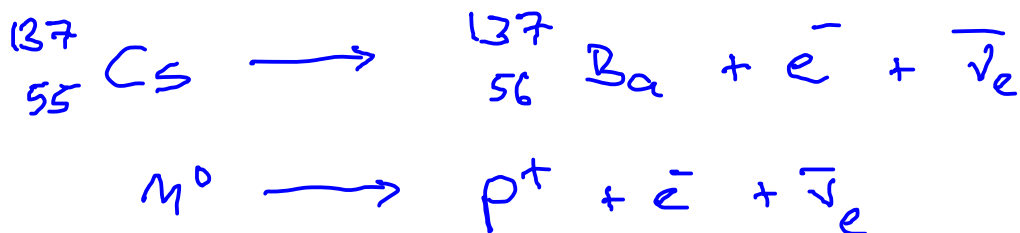


# Quelle für hochenergetische Photonen: Gamma-Strahlung

Quelle:



$\beta$  Zerfall:



Elektronenenergie:

$\beta_1 = 1.167 \text{ MeV} \quad 6.5\%$

$\beta_2 = 0.514 \text{ MeV} \quad 93.5\%$

Gamma-Energie:

$\gamma = 0.662 \text{ MeV} \sim 1.6 \cdot 10^{20} \text{ Hz} \sim 1.8 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

Aktivität:

$1.7 \text{ MBq} = 1.7 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{s}}$

Bq, Becquerel: Anzahl der Zerfälle pro Sekunde

Dosis:

$0.8 \text{ } \mu\text{Sv/h} = 0.8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{J}}{\text{kg h}} \sim 7 \text{ mS/jahr}$

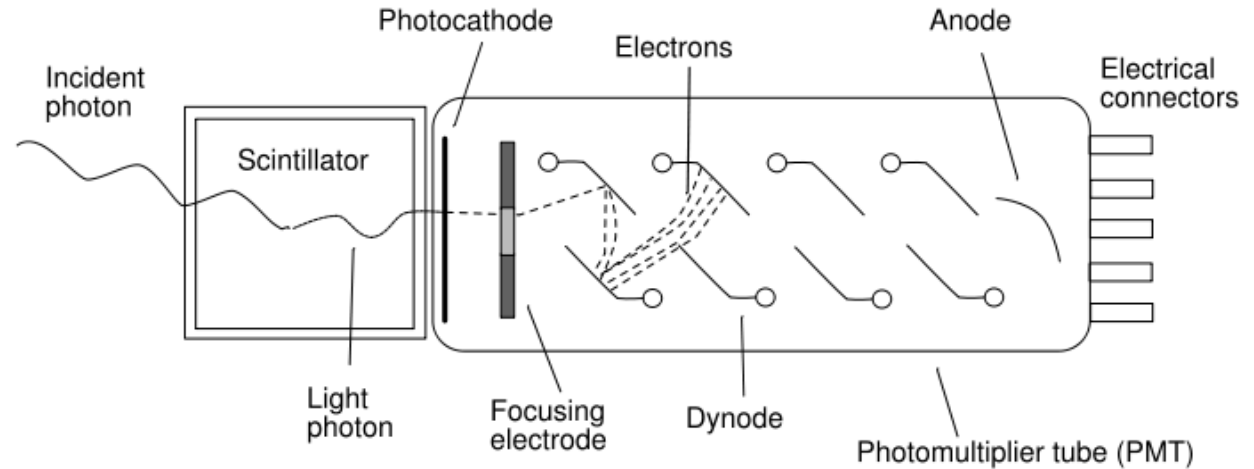
Dosis durch kosmische Strahlung und natürliche Radioaktivität:

$2 \text{ mSv/jahr}$

Sv, Sievert: Dosisäquivalent

## Detektor für hochenergetische Photonen (Gamma-Strahlung)

Szintillationszähler mit  
Sekundärelektronenvervielfacher:



- Ein hochenergetisches einfallendes Photon ( $\sim 1$  MeV) wird im Szintillator in viele niederenergetische Photonen ( $\sim 1$  eV) im sichtbaren Wellenlängenbereich umgewandelt.
- Sichtbare Photonen werden in der Photokathode in Elektronen umgewandelt (photoelektrischer Effekt).
- Elektronen werden im Sekundärelektronenvervielfacher beschleunigt und vervielfacht und in der Anode detektiert und als Strompuls gemessen.
- Die integrierte Ladung in einem Strompuls ist proportional zur Energie des einfallenden Photons.
  - ermöglicht die Messung des Spektrums der gestreuten Photonen