

## 7. Das Bohrsche Modell des Wasserstoff-Atoms

### 7.1 Stabile Elektronbahnen im Atom

Atommodell:

- positiv geladene Protonen ( $p^+$ ) und Neutronen ( $n$ ) im Kern
- negative geladene Elektronen ( $e^-$ ) in der Atomhülle
- Stabile Elektronbahnen sind in diesem Modell möglich.

Beispiel: Wasserstoff-Atom

- Ein Proton ( $+e$ ) im Kern, ein Elektron ( $q = -e$ ) in der Hülle.

Zentrifugalkraft:

$$F_c = \frac{m v^2}{r}$$

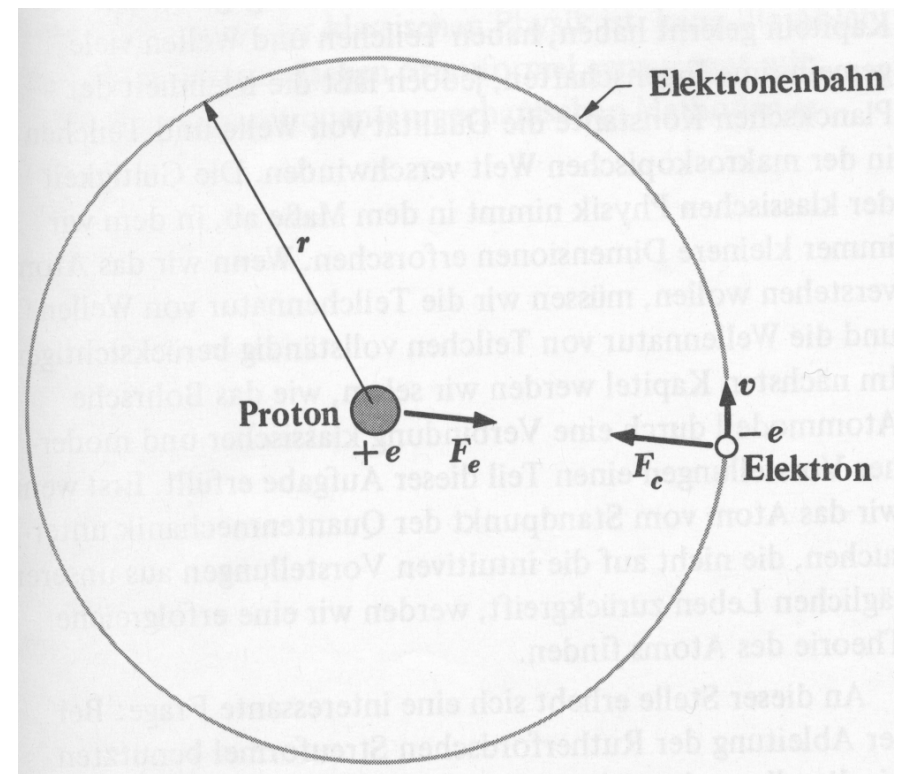
Coulomb-Kraft:

$$F_{el} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

Gleichgewicht:

$$F_{el} = F_c \quad \Rightarrow \quad v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$

- aber:
- beliebige Bahnradien (Bindungsenergien) sollten möglich sein
  - beschleunigte Elektronen erzeugen elektromagnetische Strahlung



## 7.2 Die Bindungsenergie eines Elektrons im Atom

- kinetische Energie:  $E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$  mit Radius einer stabilen Bahn
- potentielle Energie:  $E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$
- Gesamtenergie:  $E = E_p + E_k = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} < 0$  Bindungsenergie abhängig vom Bahnradius  $r$

Kontinuierlich variable Elektrongesamtenergie  $E$  in Abhängigkeit vom Bahnradius  $r$ . Im Widerspruch zu Beobachtungen von Atomspektren, die diskrete Elektronenergien vermuten lassen!

### Abschätzung des Elektron-Bahnradius aus Ionisationsenergie:

Bindungsenergie eines Elektrons im Wasserstoffatom (H):

$$E_b \approx -13.6 \text{ eV}$$

bestimmbar aus Ionisationsexperimenten

resultierender Bahnradius:

$$\begin{aligned} r &= -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 E_b} \approx 5 \cdot 10^{-11} \text{ m} \\ &= 0.5 \text{ \AA} \\ &= 0.05 \text{ nm} \end{aligned}$$

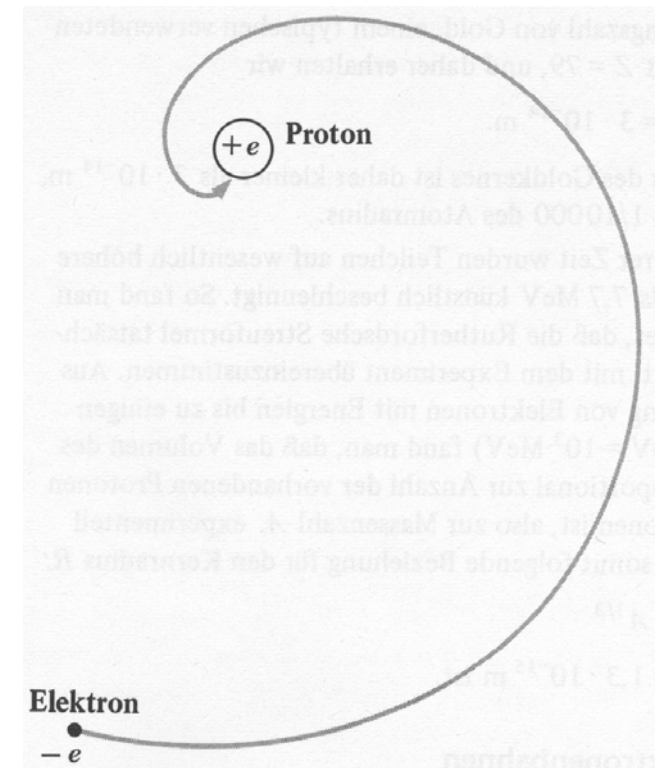
### 7.3 Strahlungsverlust eines Elektrons auf einer Kreisbahn

- Strahlungsleistung  $P$  eines mit der Beschleunigung  $a$  bewegten Elektrons:
- Zentrifugalbeschleunigung  $a$  eines Elektrons auf einer Kreisbahn mit Radius  $r$
- klassisch erwartete Strahlungsleistung eines Elektrons im Wasserstoff-Atom ( $r \sim 0.05 \text{ nm}$ ):
- Vorhersage basierend auf klassischem Elektromagnetismus: Elektron verliert seine kinetische Energie ( $-13,6 \text{ eV}$ ) sehr schnell ( $\sim 10^{-9} \text{ s}$ ) und fällt in den Atomkern.
- Erklärung möglich in der Quantenmechanik: Betrachte Welleneigenschaften des Elektrons (Bohr-Modell, Schrödinger-Gleichung). Quantenmechanik garantiert stabile Elektronbahn um den Atomkern.

$$P = \frac{e^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m r^2}$$

$$P = 2.9 \cdot 10^{10} \text{ eV/s}$$

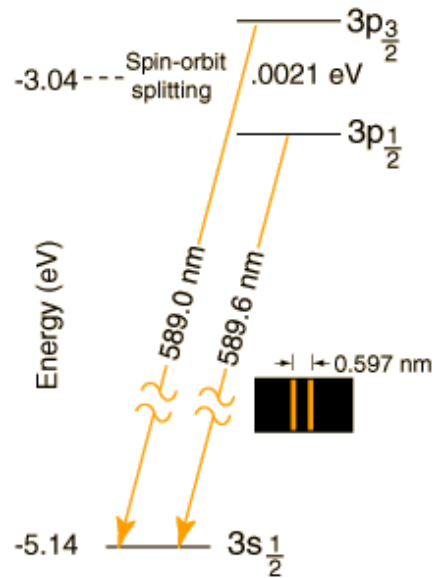


## 7.4 Spektren

Messung der Emission und Absorption von Licht in Atomen:

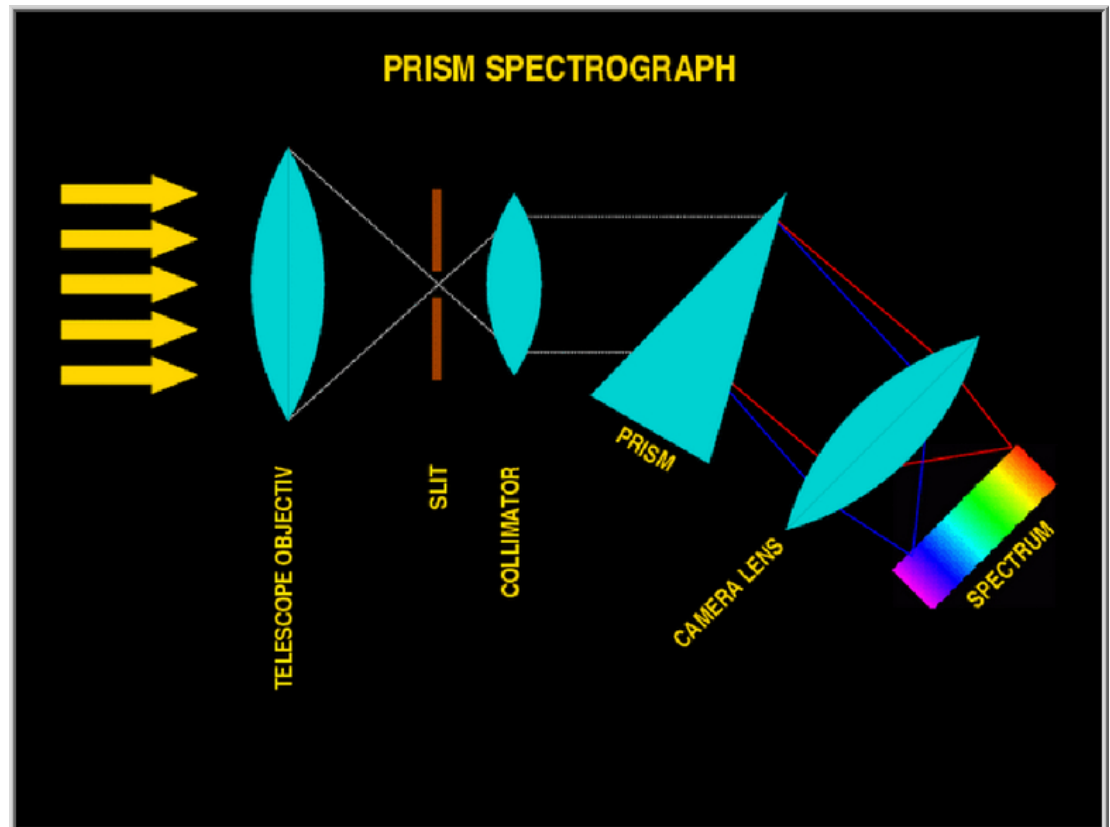
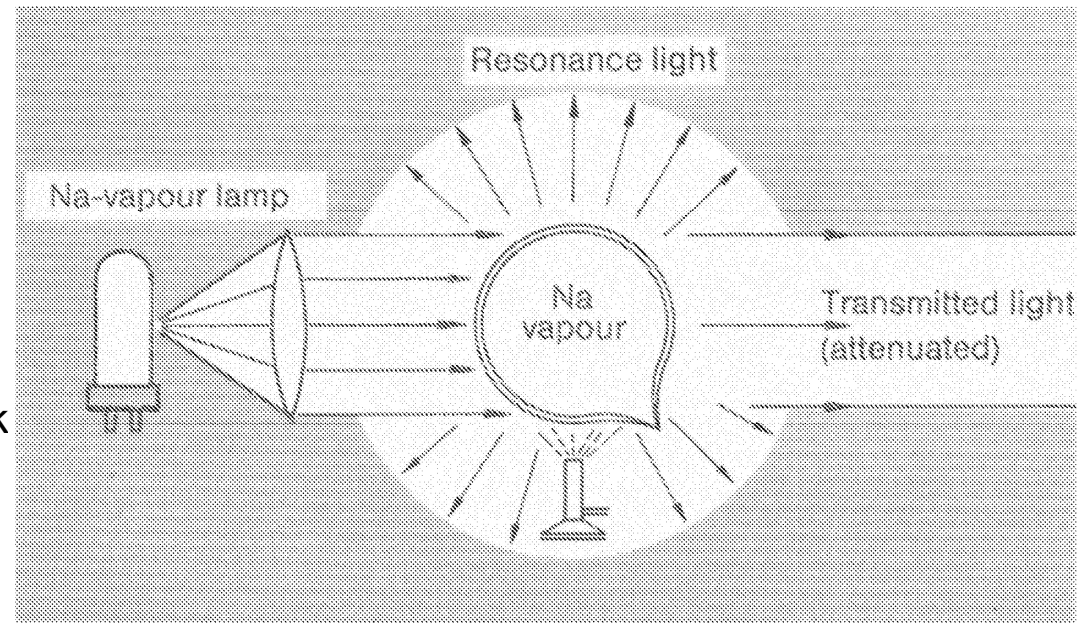
- wichtige Quelle für Information über elektronische Struktur und Aufbau von Atomen
- wichtiges Hilfsmittel in der Atom- und Molekülphysik

**Beispiel:** Resonanzfluoreszenz von Natriumdampf  
Absorption/Emission



spektrale Zerlegung des emittierten oder absorbierten Lichts:

- Prisma
- Gitter



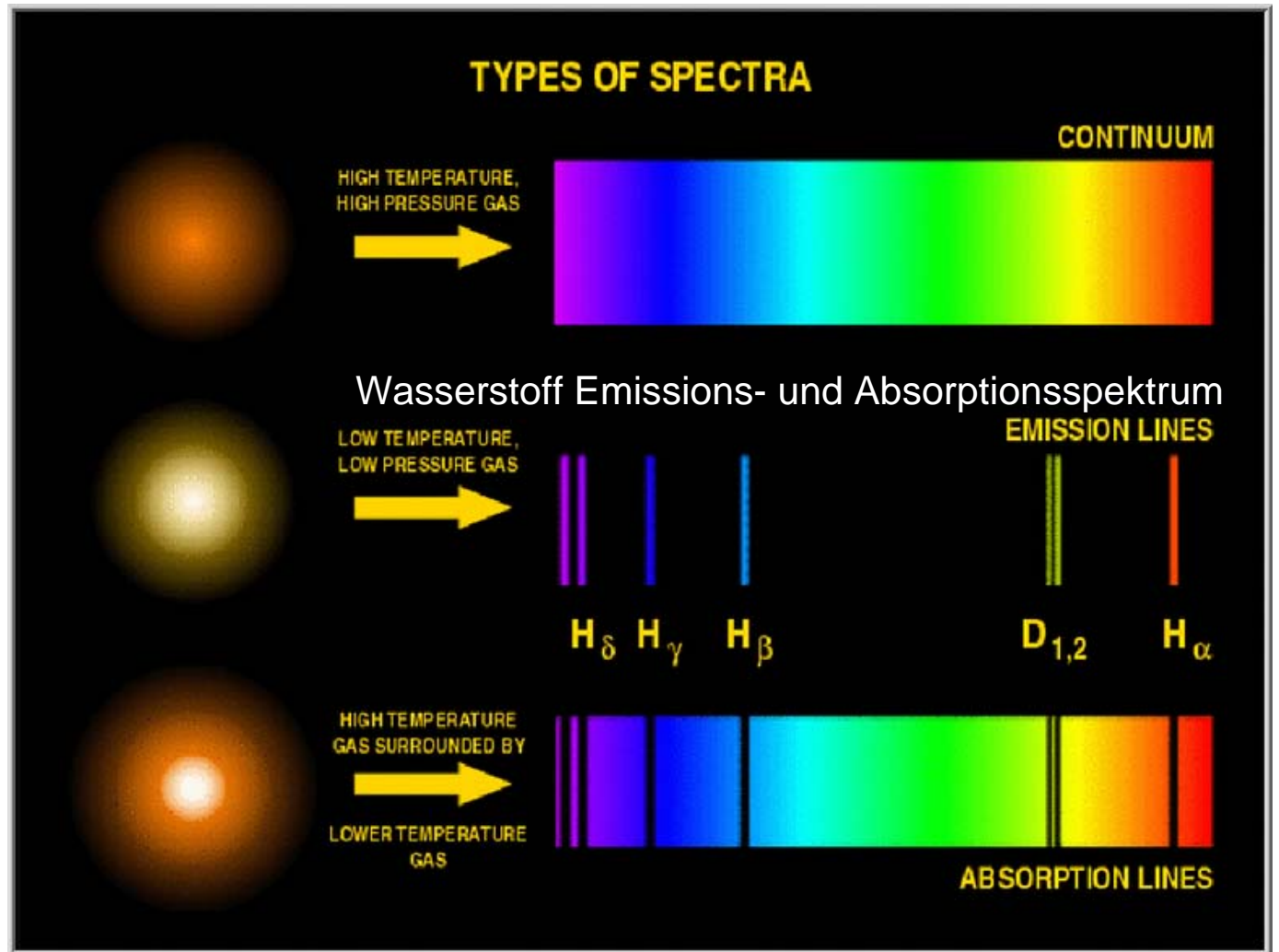
## 7.4.1 Typen von Spektren

### kontinuierliche Spektren:

- heisse und dichte Objekte haben kontinuierliche Spektren
- die Strahlungseigenschaften einer grossen Zahl in Stössen wechselwirkender Atome wird beobachtet
- Spektren lassen sich häufig als die von schwarzen Strahlern beschreiben (z.B. Sonne)

### Linienspektren:

- Objekte bei niedrigen Temperaturen und geringer Dichte (Gase) haben Linienspektren
- Strahlungseigenschaften von wenigen oder gar einzelnen Atomen bei geringer Wechselwirkung (wenig oder keine Stösse) werden beobachtet



- Eigenschaften der Spektren sind charakteristisch für die verschiedenen Elemente
- sowohl **Emissions-** als auch **Absorptionsspektren** können beobachtet werden

### Bandenspektren:

- teilweise kontinuierliche Überlagerung einer grossen Zahl von Linienspektren
- treten vorwiegend bei Molekülen auf

## 7.4.2 Frequenzbereiche

Messung von Spektren gegen:

- Wellenlänge (m)
- Frequenz (Hz)
- Wellenzahl (1/m)
- Energie (eV)

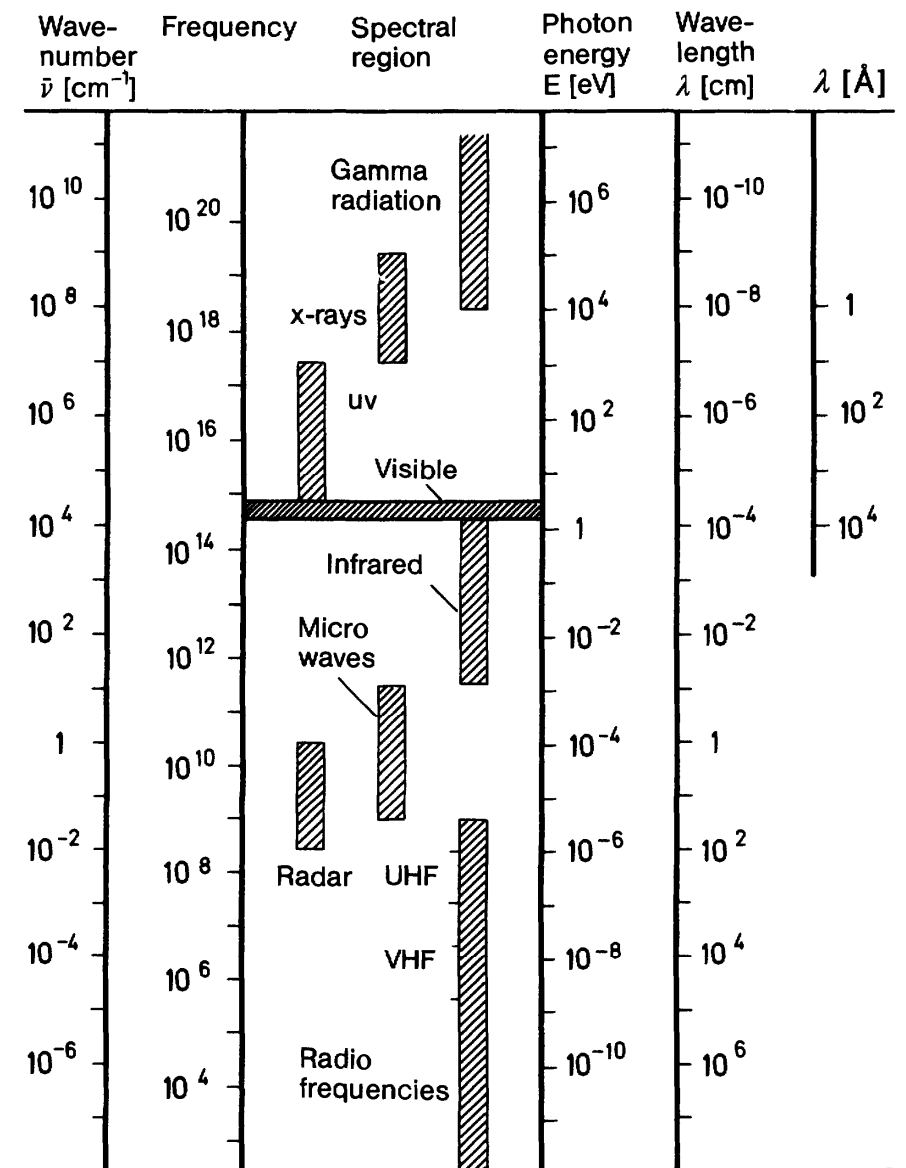
$$\lambda = \frac{\lambda_{vac}}{n}$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda_{vac}}$$

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda_{vac}} = \frac{\nu}{c}$$

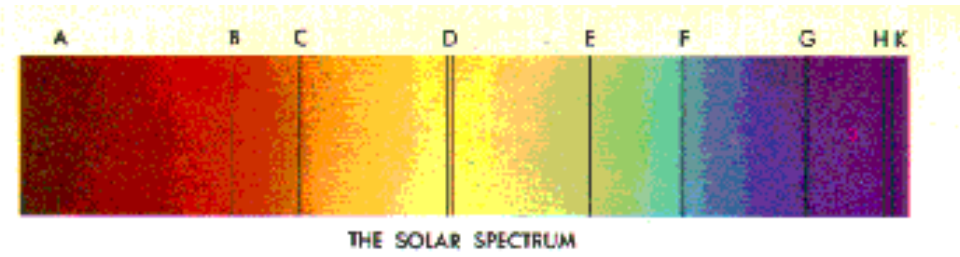
$$\frac{h\nu}{e}$$

Messung von Spektren im gesamten Frequenzbereich geben Auskunft über die Eigenschaften von Atomen/Materie.

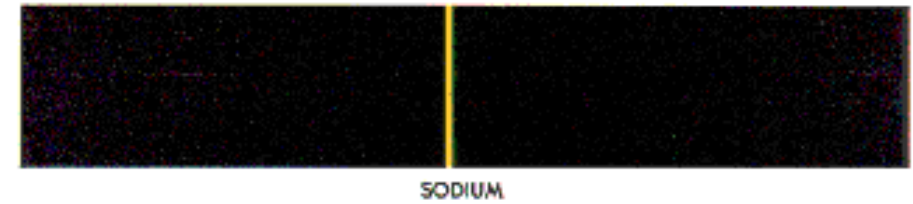


### 7.4.3 Einige Beispiele von Spektren:

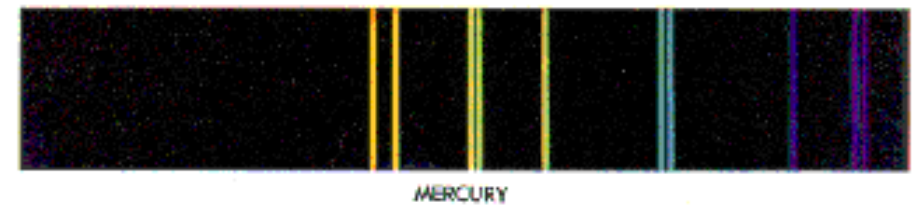
- Sonne



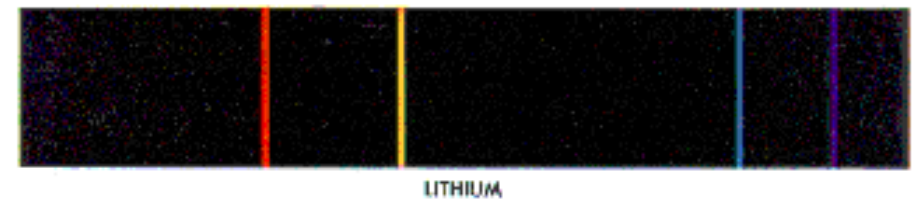
- Natrium (Na)



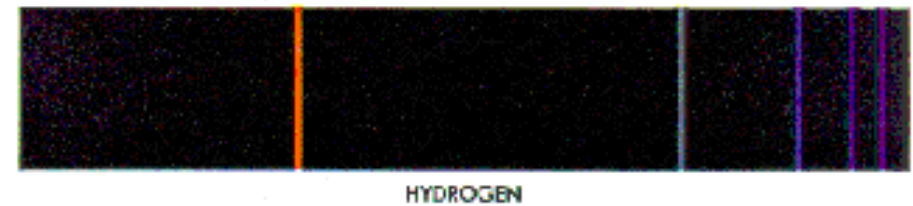
- Quecksilber (Hg)



- Litium (Li)



- Wasserstoff (H)

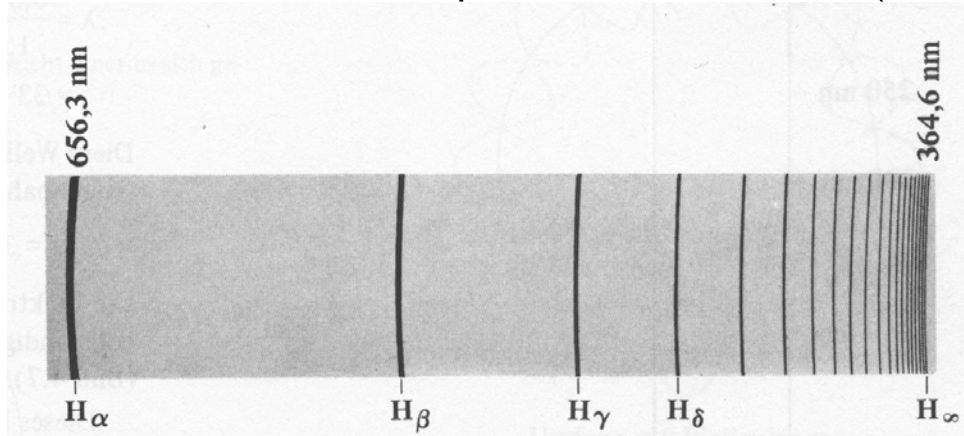


Frage: Wie können solche Linienspektren erklärt werden?

## 7.5 Rydberg Serien:

Phänomenologische Erklärung einfacher Spektren (Entdeckung das späten 19. Jahrhunderts)

- die Spektren einzelner einfacher Elemente können in einfachen Serien geordnet werden
- Die Balmer-Serie ( $n=2, m = 1,2,3,\dots$ ) des Wasserstoff ( $H$ ) ist eine der ersten Serien, die im sichtbaren Frequenzbereich entdeckt (1885) wurden.



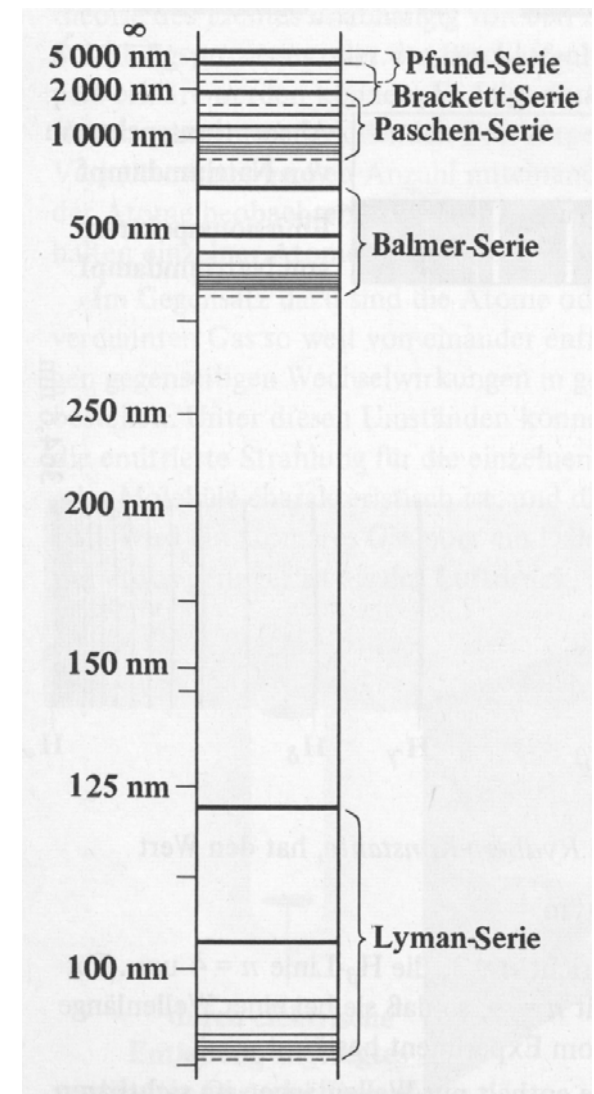
- **Rydberg-Formel** (1889) für die im Spektrum beobachteten Frequenzen  $\nu_{nm}$ :

$$\nu_{n,m} = R_0 c \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

||

$$1.1 \times 10^7 \frac{1}{m}$$

- Rydberg-Konstante  $R_0$

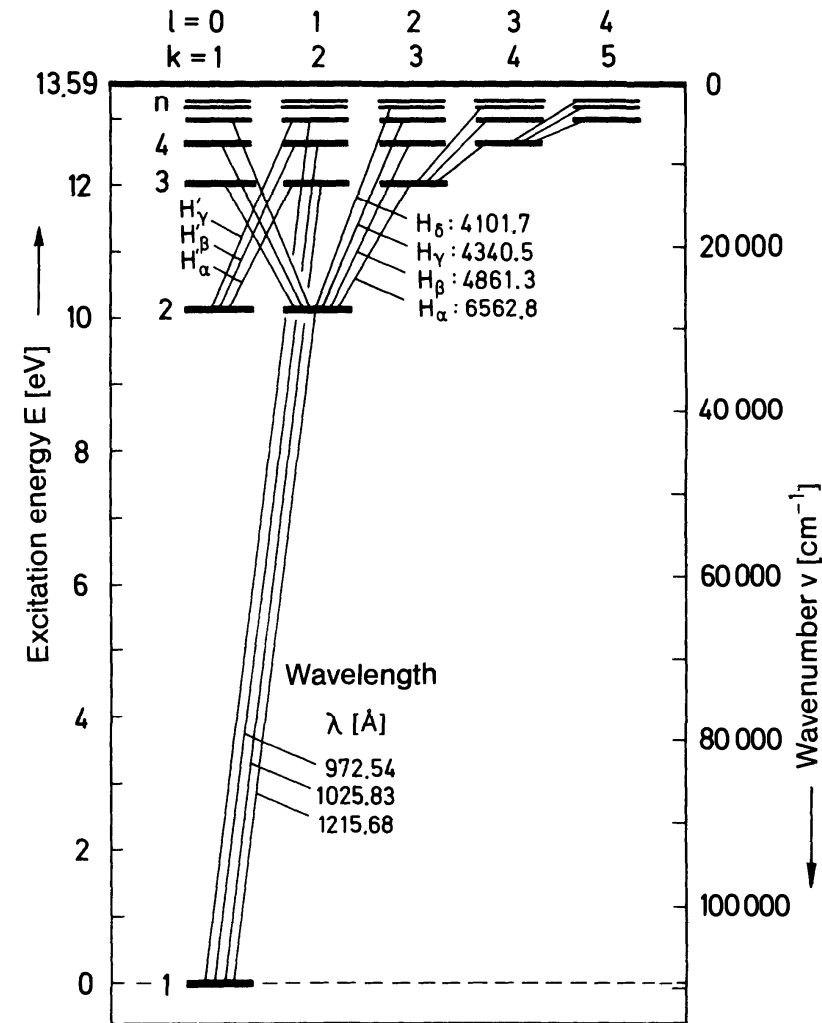
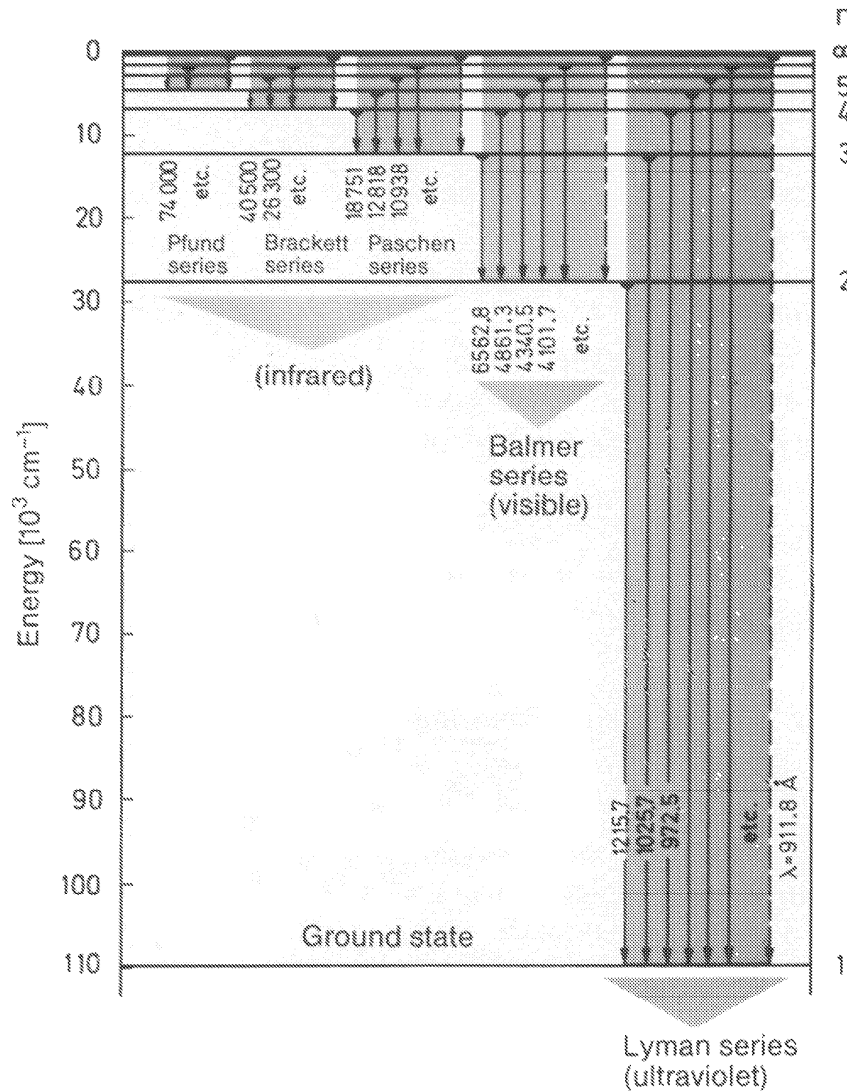


Spektrum des Wasserstoff für verschiedene  $m = 1,2,3 \dots$  sehr gut beschrieben durch Rydberg-Formel.



## 7.5.1 Energietermschema des Wasserstoff-Atoms

Charakteristische Frequenzen im Spektrum eines Atoms entsprechen Übergängen zwischen verschiedenen Energieniveaus eines Elektrons im Atom, die durch die Quantenzahlen ( $n, m$ ) beschrieben werden.



h