Physik IV 2009 - Übung 1

20. Februar 2009

1. **Klassischer vs. Quantenmechanischer Oszillator** [$2\frac{1}{2}$]

   An einer Feder sei eine Masse von 1 g befestigt. Die Masse wird um 1 mm aus der Gleichgewichtsposition ausgelenkt, und schwingt anschliessend mit einer Periode von $T = 0.1$ s.

   (a) Wie gross ist die Energie E des Systems? [$\frac{1}{2}$]

   (b) Wenn E von der Grössenordnung von hf ($h\ldots$ Planck-Konstante) ist, gelten die Gesetze der Quantenmechanik.

      i. Wieviel kleiner müsste die Amplitude der Oszillation sein um diese Grössenordnung zu erreichen? [$\frac{1}{2}$]

      ii. Alternativ dazu, wieviel kleiner müsste die Federkonstante k (bei fester Schwingungsamplitude von 1 mm) gewählt werden? [$\frac{1}{2}$]

   (c) Die Kraftkonstante der HCl Molekülbindung ist $k = 516\ \mathrm{Nm}^{-1}$. Wie hoch ist die Frequenz der Schwingungen des H-Atoms und wie gross ist die Schwingungsamplitude für $E = hf$? [1]

2. **Stabile Atome** [2]

   Aus der klassischen Elektrodynamik ist bekannt, dass beschleunigte Ladungen durch Abstrahlung elektromagnetischer Felder gebremst werden. Umgelegt auf die Atomphysik würde somit ein den Kern umkreisendes Elektron seine gesamte Energie in Strahlung umwandeln und in den Kern fallen.

   (a) Schätzen Sie durch Gleichsetzen von Zentrifugalkraft und Coulombkraft die Gesamtenergie (kinetische plus potentielle Energie) eines Elektrons auf einer Bahn mit Radius $a_0 = 5.3 \times 10^{-11}$ m (dem Bohrradius) ab. [1]

(b) Die Gesamtstrahlungsleistung einer mit a beschleunigten Ladung ist durch die Formel

$$P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}|a|^2$$

gegeben. Schätzen Sie die Zeit ab, nach der das Elektron seine gesamte Energie abgestrahlt hat. [1]

3. **Beugung am Spalt.** [3]

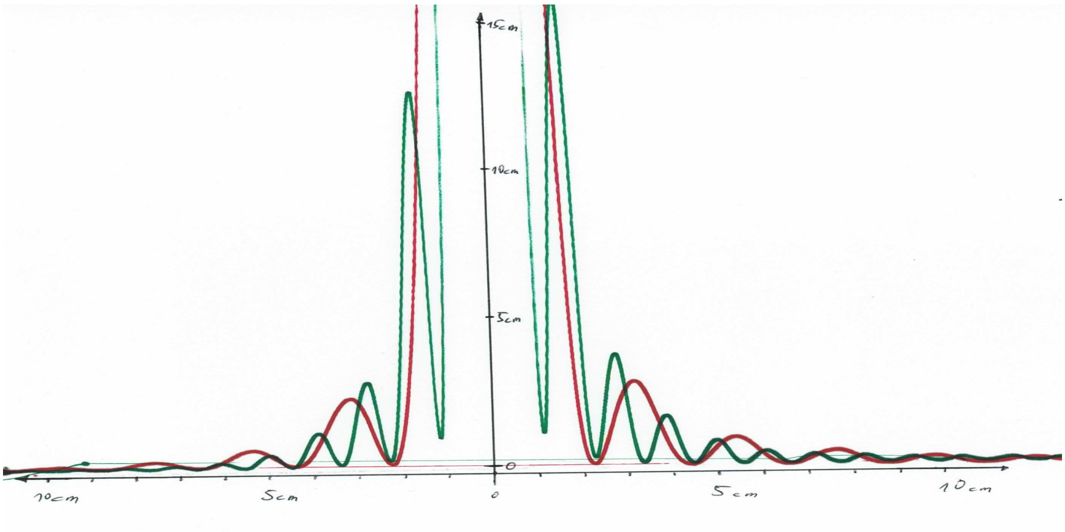

Abbildung 1: Beugungsmuster des in der Vorlesung gezeigten Einzelspaltexperiments.

Beugung von Licht am Einzel- und am Doppelspalt stellen grundlegende Phänomene sowohl in der klassischen Optik als auch in der Quantenmechanik dar. Das Intensitätsmuster monochromatischen Lichts hinter einem Spalt ergibt sich aus der kohärente Addition der Kugelwellen jedes einzelnen Punktes im Spalt (Huygens'sches Prinzip). Das elektromagnetische Feld im Abstand R hinter einem Spalt der Breite D ($D << R$) ergibt sich damit zu

$$E = E_0 \frac{\sin\beta}{\beta} \sin(\omega t - kR).$$

E_0 ist hier die Amplitude des Feldes, $\lambda = 2\pi/k$ die Wellenlänge des einfallenden monochromatischen Lichts und $\beta = \frac{kD}{2}\sin\theta$. θ bezeichnet den Winkel zwischen Strahlrichtung und Beobachtungspunkt (Abb. 2).

(a) Leiten Sie – ausgehend von der obigen Gleichung – die Formel

$$I(\theta) = I(0)\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$$

für die Intensität im Zeitmittel her und bestimmen sie das Intensitätsmaximum $I(0)$. [1]

(b) In Abbildung 1 ist das Beugungsmuster aus dem Vorlesungsversuch gezeigt. Der Abstand des Schirms zum Spalt beträgt hier $R = 3.6$ m und die Spaltbreite $D_1 = 0.1$ mm bzw. $D_2 = 0.2$ mm. Erklären Sie, welche Linie zu welcher Spaltbreite passt und ermitteln Sie die Wellenlänge des verwendeten Lasers. [1]

(c) Wie verändert sich das Beugungsmuster, wenn anstatt einer monochromatische Lichtquelle eine Lichtquelle mit einer spektralen Verteilung im sichtbaren Bereich $\sim 400 - 700$ nm) verwendet wird? [1]

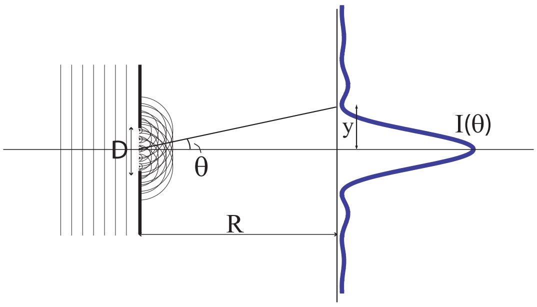

Abbildung 2: Einzelspalt

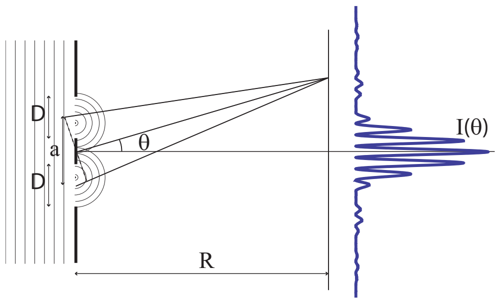

Abbildung 3: Doppelspalt

4. **Beugung am Doppelspalt** $[2\frac{1}{2}]$

Für die Berechnung des Intensitätsmusters eines Doppelspalts wird das Feld beider Einzelspalte (siehe Aufgabe 3) kohärent addiert. Die Feldamplitude in Abhängigkeit vom Streuwinkel θ ergibt sich somit zu

$$E = E_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \left\{ \sin(\omega t - kR + \alpha) + \sin(\omega t - kR - \alpha) \right\}.$$

(a) Nehmen Sie an, dass der Abstand R des Doppelspalts vom Schirm viel grösser als der Spaltabstand a und der Spaltbreite D ist. Berechnen Sie die Phasendifferenz 2α zwischen dem Feld des ersten und des zweiten Spalts anhand der Abbildung 3. $[\frac{1}{2}]$

(b) Geben Sie eine Formel zur Berechnung des Interferenzmuster $I(\theta)$ des Doppelspalts an und berechnen sie den Winkel θ zum 1. Interferenzminimums. Wie äussert sich eine Veränderung der Spaltbreite? Vergleichen Sie mit dem Einzelspalt. [1]

(c) Wie gross ist die Intensität entlang der Strahlachse (θ =0)? Vergleichen Sie dieses Resultat mit dem Fall einer inkohärenten Beleuchtung der beiden Spalte durch unterschiedliche Lichtquellen, wo die Intensitäten anstatt der Amplituden summiert werden. [1]