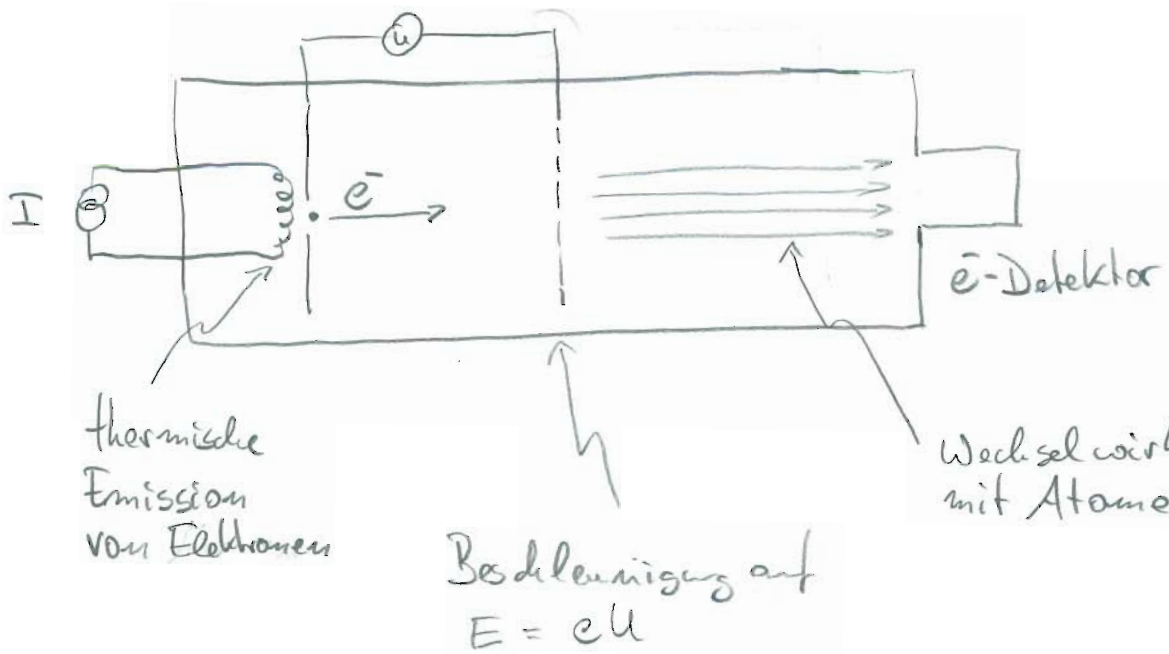
Kernstruktur des Atoms

- Untersuchung der Verteilung von Masse und Ladung im Atom durch Streuexperimente

  - Streuung von Elektronen kontrollierter Energie an Atomen (Lenard, ca. 1890)



  - Streuprozesse:
    - inelastische Streuung
      => Anregung oder Ionisation von Atomen
    - elastische Streuung
      => Streuung am Atomkernen

  - Beobachtung:
    - Bei ausreichend hohen Energien $E_{kin} = eU$ durchdringen e^- selbst einige cm Gas bei Normaldruck (1 bar) oder auch wenige µm dicke Metallfolien ($\sim 10^4$ Atomlagen)

⇒ Wechselwirkung von $\bar{e}$ mit Atom ist viel keiner als Wechselwirkung zwischen Atomen.

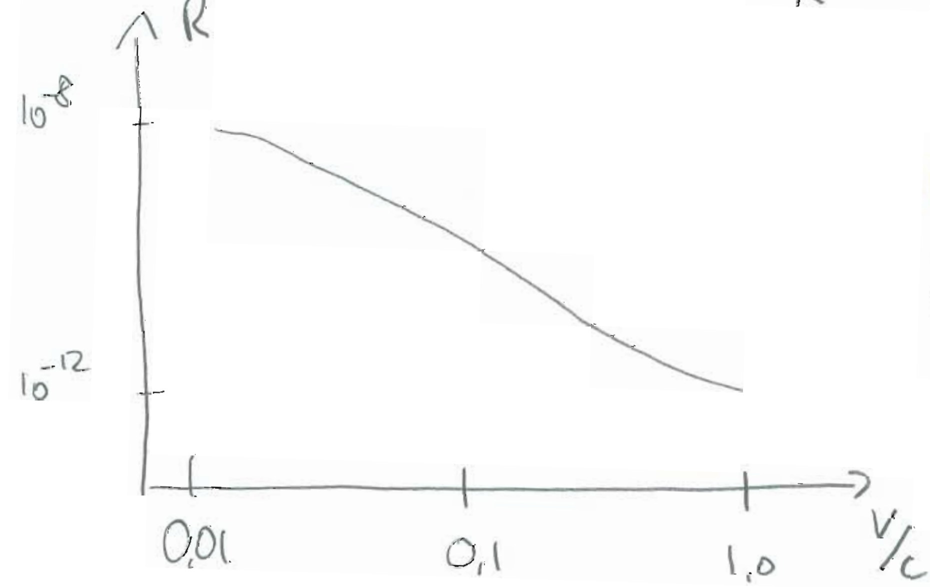
- Bestimmung der Stärke der Wechselwirkung im Abhägigkeit vom der kinetischem Energie der $\bar{e}$ durch Variation der Beschleunigungsspannung U.

$$\boxed{I = I_0 \, e^{-\alpha x}}$$

α: Streukoeffiziet
x: Wechselwirkungs-länge

$$\alpha = n \sigma$$
$$= n \, \pi \, (\underbrace{r_1 + r_2}_{R})^2$$

$\sigma \propto R^2$



Starke Abhängigkeit des Streuquerschitts von der Energie der $\bar{e}$

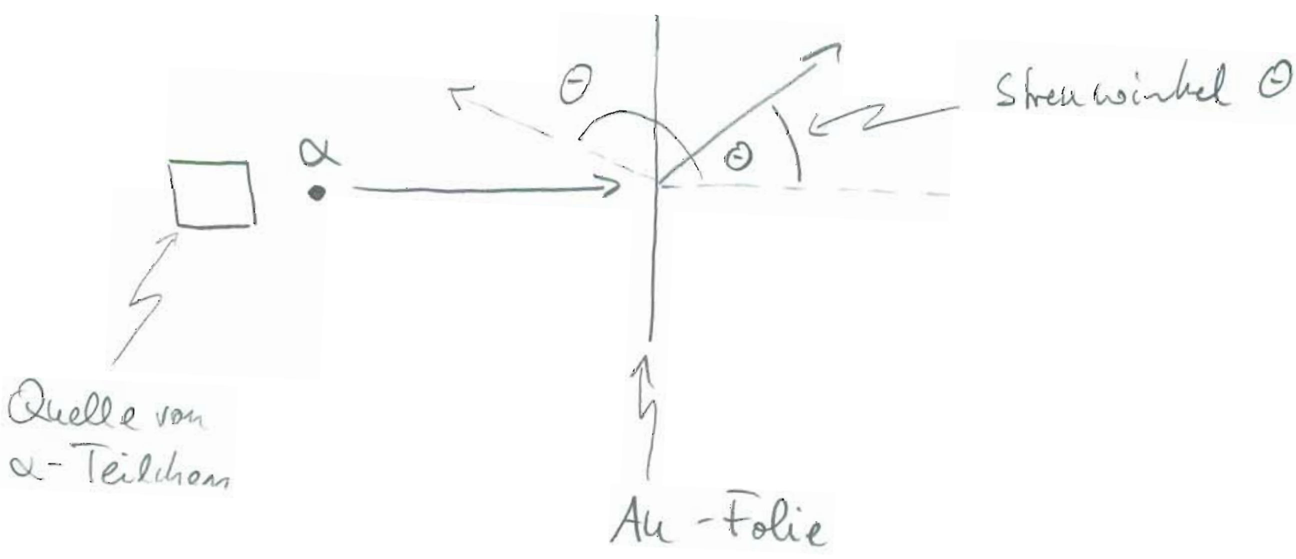
⇒ 10^{-8} Reduktion von σ

⇒ Nur kleiner Bruchteil des Atoms ist für Elektronen undurchlässig!

Rutherford - Streuung

- Streuung von α-Teilchen an Atomen zum Nachweis des Atomkerns der die gesamte positive Ladung Ze des Atoms auf kleinstem Raum ($\varnothing \sim 10^{-14}$ m) vereinigt

- Experiment von Geiger & Marsden (1911)

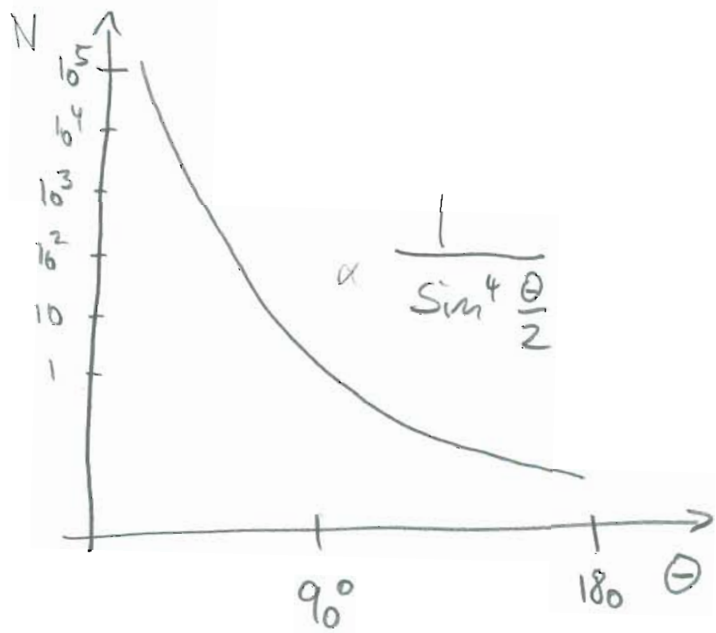


α-Teilchen : - $He^{2+} = 2n + 2p \quad (Z=2, A=4)$

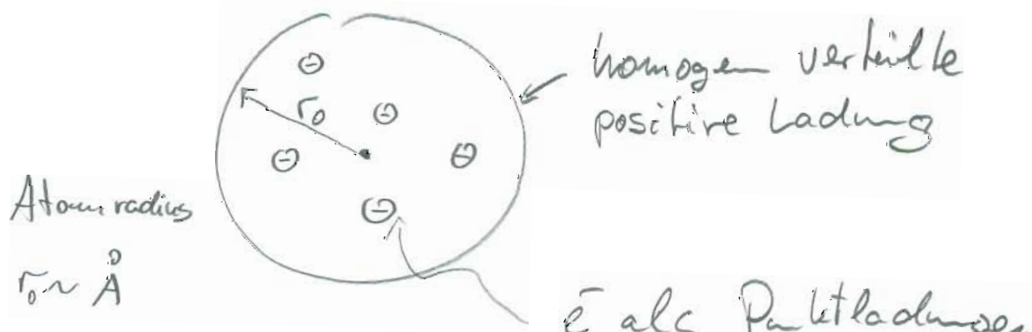
- $E_{kin} \sim 5$ MeV
- erzeugt in radioaktiven Zerfällen
- detektierbar in Szintillationszählern, mit Nebelkammer oder Fluoreszenzschirmen

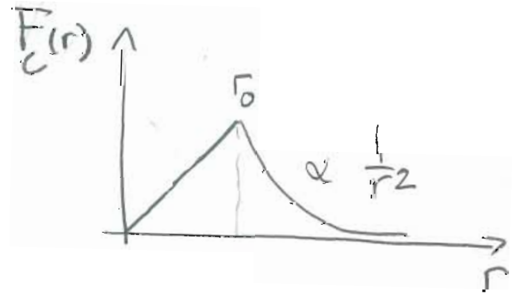
Beobachtung:

- charakteristische starke Abhängigkeit der Streurate von Θ
- grosse Streuwinkel kommen vor

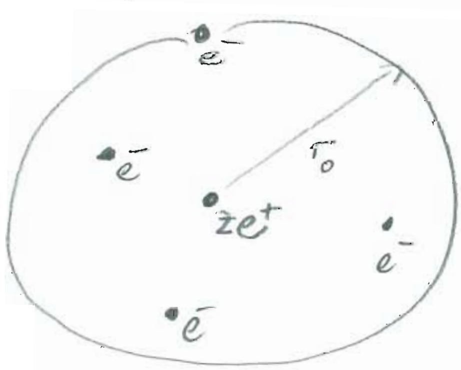


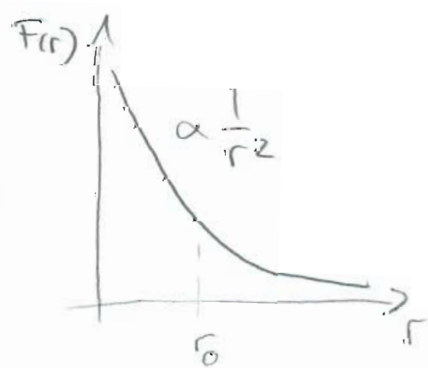
- inkompatibel mit Thomson'schen Atommodell





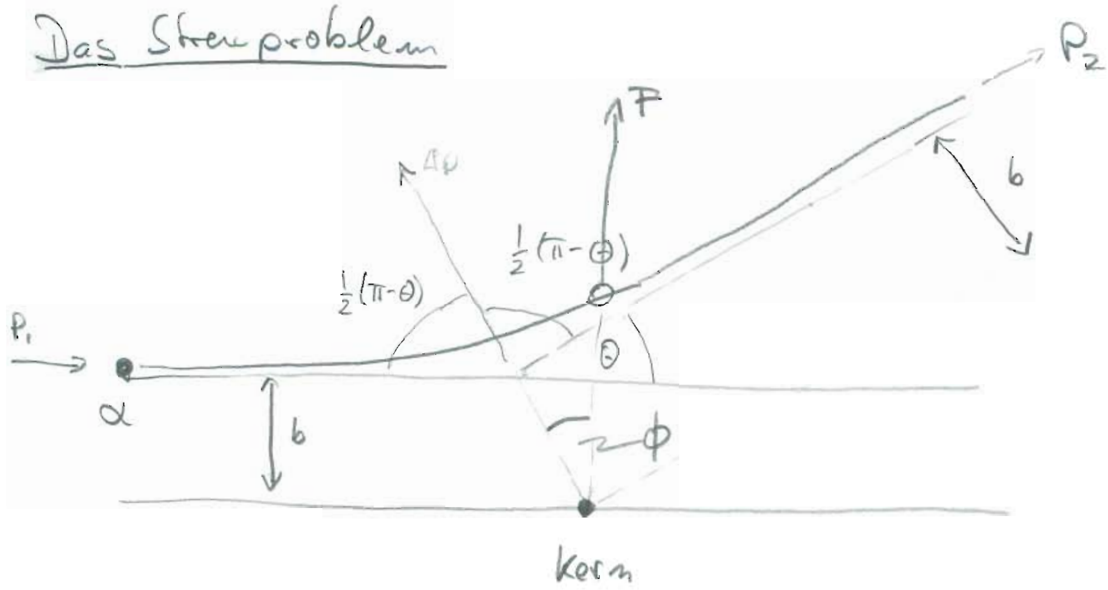
- Rutherford's Atommodell





Berechnung der Winkelverteilung der gestreuten α-Teilchen nach Rutherford

Das Streuproblem



b : Stossparameter

Θ : Streuwinkel

Ze : Ladung des Kerns

2e : Ladung des α-Teilchens

Annahmen:

- α, Kern verhalten sich näherungsweise wie punktförmige Teilchen
- Kern bleibt bei Stoss in Ruhe

  => $m_Z \gg m_\alpha$

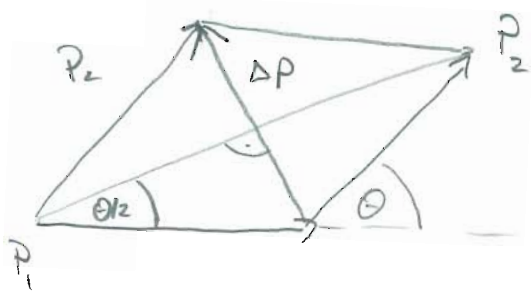
  => Kern ist im Gitter fixiert
- Wechselwirkung zwischen Kern und α ist rein elektrostatisch

$$\vec{F}_C = \frac{2e\,Ze}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r^2}\,\frac{\vec{r}}{r}$$

  und wirkt abstossend
- Mechanik: $\frac{1}{r}$ - Zentralpotential (abstossend) führt zu Hyperbelbahn mit Kern im äusseren Brennpunkt

- Streuwinkel und Impulsänderung

  - Kinetische Energie E_{kin} und Betrag des Impulses p des α-Teilchens sind vor und nach dem Stoss erhalten



$$\boxed{p_1 = p_2 = mv = \text{const}}$$

  - Impulsänderung Δp beim Stoss

$$\Delta p = 2\, mv \sin\frac{\Theta}{2}$$

  - hervorgerufen durch Coulomb-Wechselwirkung

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} F_c \cos\phi \, dt$$

ϕ : Winkel zwischen der auf α-Teilchen wirkenden Kraft $\vec{F}$ und dem Vektor der Impulsänderung $\Delta\vec{p}$ in Abhängigkeit von der Position auf der Bahn

Komponente von $\vec{F}$ senkrecht zu $\Delta\vec{p}$ trägt nicht zur Änderung der Richtung bei.

- Wechsel der Integrationsvariablen $dt \rightarrow d\phi$

$$\Delta p = \int_{-\frac{1}{2}(\pi-\Theta)}^{+\frac{1}{2}(\pi-\Theta)} F \cos\Theta \, \frac{dt}{d\phi} \, d\phi$$

$\Rightarrow$ statt Zeitabhängigkeit wird Winkelabhängigkeit der Kraft betrachtet

- Benutze Erhaltung des Drehimpulses im Zentralpotential zur Berechnung des Ausdrucks $\frac{dt}{d\phi}$

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = \sin\varphi \; r \; mv$$

$$= \underline{b \quad mv}$$

$$\stackrel{!}{=} I\omega = \underline{mr^2 \frac{d\phi}{dt}}$$

I: Trägheitsmoment

ω: Winkelgeschw.

$$\Rightarrow \frac{dt}{d\phi} = \frac{r^2}{vb}$$

- Impulsänderung

$$\Delta p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{ze\,Ze}{vb} \underbrace{\int_{-\frac{1}{2}(\pi-\Theta)}^{+\frac{1}{2}(\pi-\Theta)} \cos\phi \, d\phi}_{2\cos\frac{\Theta}{2}}$$

berechnet aus wirkenden Kräfte

$$\stackrel{!}{=} 2mv \sin\frac{\Theta}{2}$$

aus Impulserhaltung

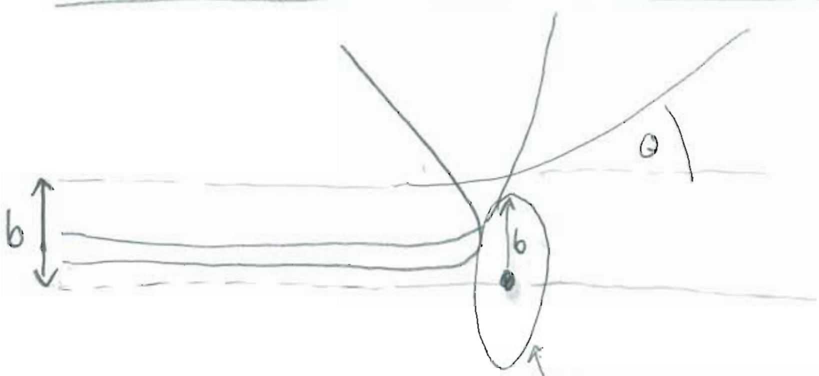
- Streuwinkel für α-Teilchen nach Rutherford

$$\frac{\cos\frac{\Theta}{2}}{\sin\frac{\Theta}{2}} = \boxed{\cot\frac{\Theta}{2} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{2e^2 Z}\, m v^2\, b}$$

E_{kin} des α-Teilchens

Stossparameter

Die Rutherford'sche Streuformel



Streuquerschnitt $\sigma = \pi b^2$

- Bestimme Anteil der α-Teilchen, die sich dem Kern auf weniger als eine Stoßparameter b nähern und folglich um mehr als einen Winkel Θ gestreut werden.

- Betrachte folgende Situation:
  - Streuung von α-Teilchen an sehr dünner Au-Folie der Dicke d und der Dichte n

    ⇒ nur ein Streuprozess pro α-Teilchen; kein Überlapp zwischen benachbarten Wirkungsquerschnitten

  - Querschnitt des α-Strahls sei A

- Streuwahrscheinlichkeit für Winkel grösser als Θ

$$f = \frac{n d A \sigma}{A}$$

$n d A$: Zahl der Streuzentren
σ : Streuquerschnitt
A : Strahlquerschnitt

$\Rightarrow$ selbe Betrachtung wie bei Atomen

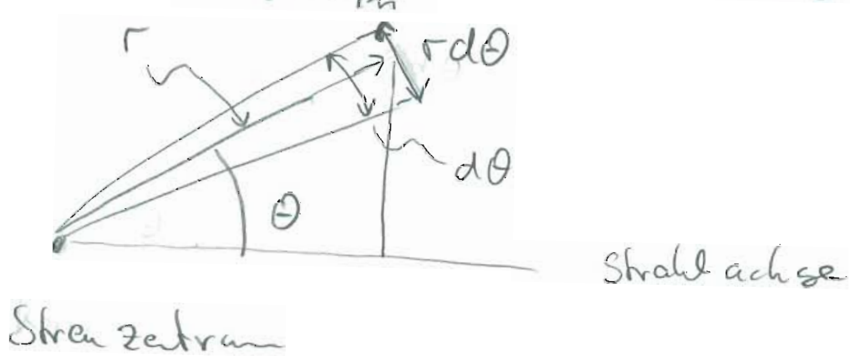
$$= n d \pi b^2$$

$$= n d \pi \left(\frac{Z e^2}{4\pi \varepsilon_0 E_{kin}} \right)^2 \cot^2 \Theta/2$$

- Streuwahrscheinlichkeit in den Winkelbereich $d\Theta$ um Θ

$$df = \frac{\partial f}{\partial \Theta} d\theta$$

$$= n d \pi \left(\frac{Z e^2}{4\pi \varepsilon_0 E_{kin}} \right)^2 \cot \frac{\Theta}{2} \frac{1}{\sin^2 \frac{\Theta}{2}} d\Theta$$



- Zahl der in einen Detektor mit Fläche dS gestreuten Teilchen

$$dS = 2\pi \sin\Theta r \; r d\theta$$

$$= 4\pi r^2 \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} d\Theta$$

Rutherfordsche Streuformel:

$$N(\Theta) = N_i \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Ladung des Kerns

$$= N_i \, nd \, \frac{Z^2 e^4}{E_{Kin}^2} \frac{1}{\sin^4\frac{\Theta}{2}} \frac{1}{(8\pi\varepsilon_0)^2 r^2}$$

Eigenschaften des Streukörpers

charakteristische Winkelabhängigkeit

⟹ Bestätigt Rutherford-Modell des Atoms, Entdeckung des Atomkerns

⟹ Abweichungen vom Modell werden für sehr große Streuwinkel und kleine Stoßparameter ($b < 10^{-15}$ m) beobachtet

⇒ Hinweis auf Kernkräfte