

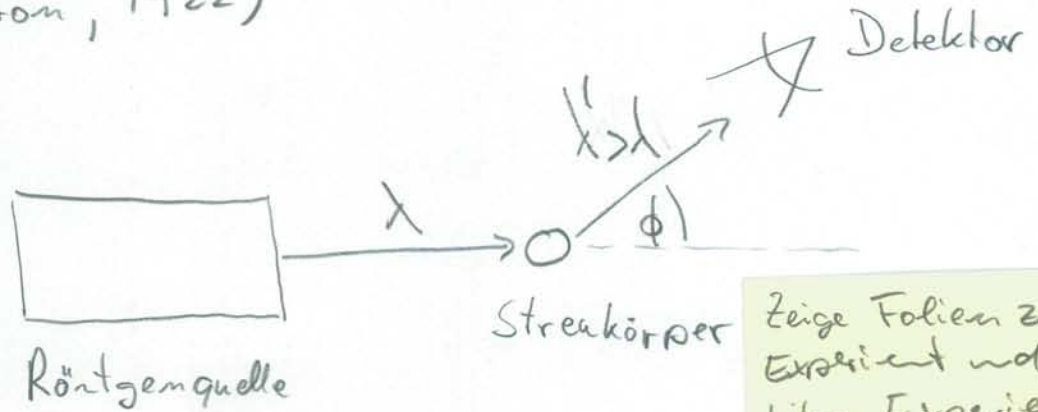
# Der Compton-Effekt:

①

## • Experimenteller Nachweis des Photon-Impulses

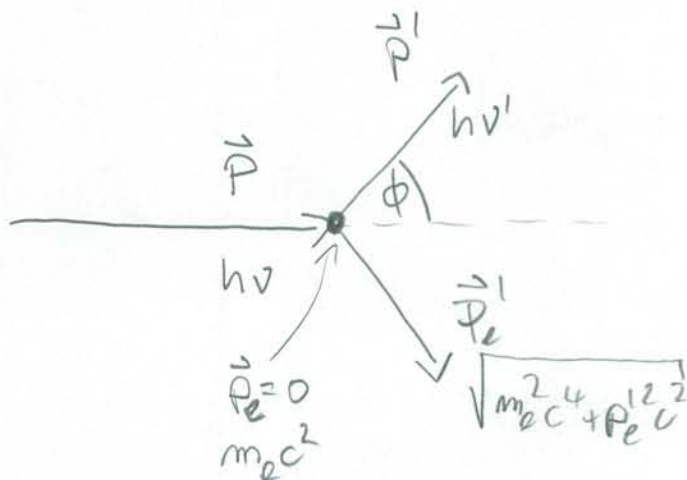
- Streuung von monochromatischer Röntgenstrahlung am Graphit
- Beobachtung der Verschiebung der Wellenlänge  $\lambda$  der gestreuten Strahlung zu längerem  $\lambda'$  (Compton, 1922)

## • Aufbau:



Zeige Folien zur Experiment und führe Experiment vor!

- Photon mit Energie  $h\nu$  und Impuls  $\frac{h\nu}{c}$  streut an einem einzelnen freiem  $e^-$  und verliert dabei einen Teil seiner Energie und seines Impulses.
- Beim Stoß zwischen  $e^-$  und Photon gelten Energie- und Impulserhaltung



# Berechnung der Compton-Verschiebung:

(2)

## • Energieerhaltung (relativistisch)

$$h\nu + \sqrt{m_e^2 c^4 + \underbrace{p_e^2 c^2}_{=0}} = h\nu' + \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e'^2 c^2}$$

-  $h\nu$ ; ( $h\nu'$ ): Energie des Photons vor (nach) Stoss

-  $|\vec{p}_e| = p_e = 0$ ; ( $|\vec{p}_e'| = p_e'$ ): Impuls des  $e^-$  vor (nach) Stoss

-  $m_e c^2$ : Ruheenergie des  $e^-$

$\Rightarrow$  aufgelöst nach  $p_e'^2$

$$\begin{aligned} p_e'^2 &= \frac{1}{c^2} (h\nu - h\nu' + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^2 \\ &= (p - p' + m_e c)^2 - m_e^2 c^2 \quad (*) \end{aligned}$$

## • Impulserhaltung

$$\vec{p} + \underbrace{\vec{p}_e}_{=0} = \vec{p}' + \vec{p}_e'$$

$|\vec{p}| = \frac{h\nu}{c}$ ; ( $|\vec{p}'| = \frac{h\nu'}{c}$ ): Impuls des Photons vor (nach) dem Stoss

$$\begin{aligned} p_e'^2 &= (\vec{p} - \vec{p}')^2 = p^2 + p'^2 - 2\vec{p}\vec{p}' \\ &= p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \phi \quad (**) \end{aligned}$$

- Eliminieren  $p_e'$  und bestimme Änderung des Photonimpuls bzw. Änderung der Photon-Frequenz bzw. Wellenlänge

(3)

$$\cancel{p^2 + p'^2} - 2pp' \cos \phi = \cancel{p^2 + p'^2} + m_e^2 c^2 + 2p m_e c - 2p' m_e c - 2pp' - \cancel{m_e^2 c^2}$$

$$\Rightarrow 2pp'(1 - \cos \phi) = 2m_e c (p - p') \quad \text{mit } p^{(1)} = \frac{h\nu^{(1)}}{c} = \frac{h}{\lambda^{(1)}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda' - \lambda = \Delta \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \phi)}$$

Wellenlängenverschiebung des gestreuten Photons

Compton-Wellenlänge des Elektrons

$$\boxed{\lambda_c = \frac{h}{m_e c}} = 2.4 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

- für  $\boxed{\phi = \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \lambda' = \lambda + \lambda_c$

d.h. Wellenlänge vergrößert sich um  $\lambda_c$

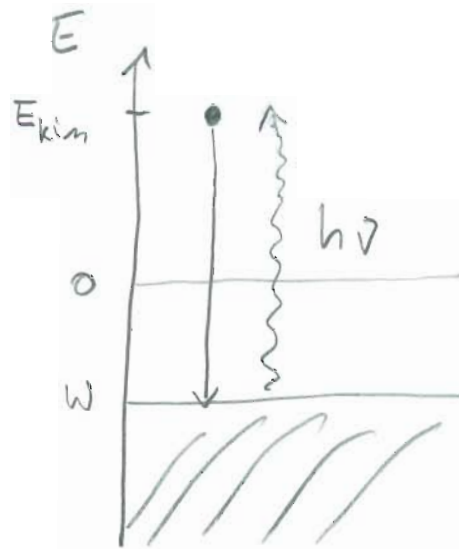
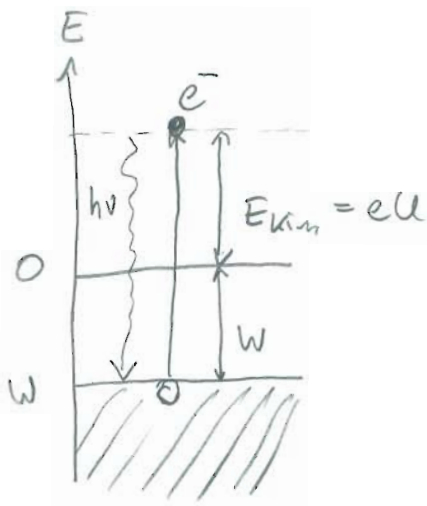
- kaum messbar für sichtbares Licht

↳ großer Effekt für Röntgen oder  $\gamma$ -Strahlung

- Verschiebung ist unabhängig von  $\lambda$  des einfallenden Lichts

Wird der Compton-Effekt stärker oder schwächer für Streuung an schwereren Teilchen?

# Photo-Effekt und inverser Photo-Effekt:

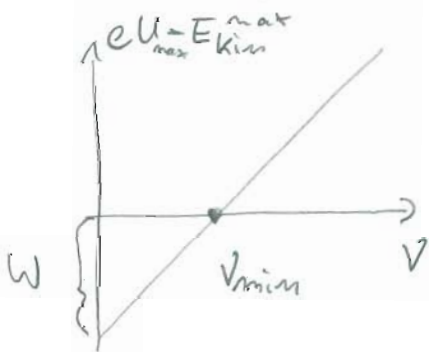


$$h\nu = W + E_{kin}^{max}$$

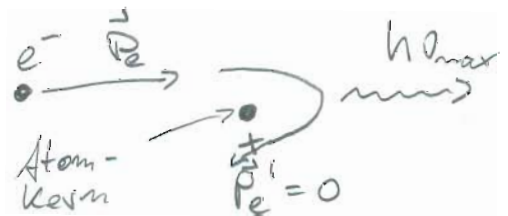
$$E_{kin} + W = h\nu_{max}$$

- ein Photon löst ein  $e^-$  aus Metall aus
- Prozess möglich für

$$h\nu_{min} \geq W$$



- einfallendes  $e^-$  erzeugt ein einzelnes Photon der Energie  $h\nu_{max}$



- Bremsstrahlung bei Eintritt im Metall

- behandle  $E_{kin} \gg W$

- Erzeugung von hochenergetischen Photonen

$$\lambda = 600 \text{ nm} \approx \frac{h\nu}{e} = 2 \text{ eV}$$

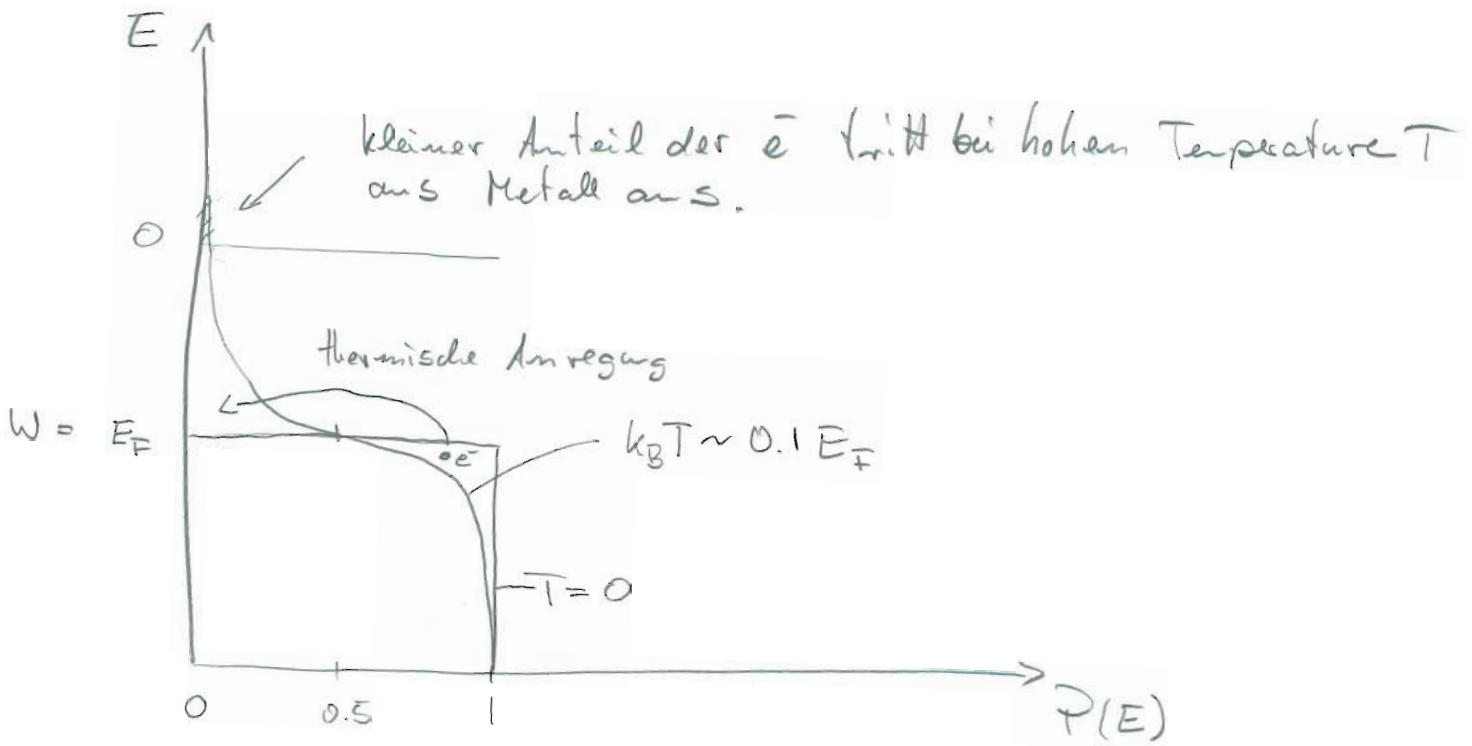
⇒ 1 Photon erzeugt etwa ein freies  $e^-$

⇒ mehrere Photonen können von einem hochenergetischen  $e^-$  erzeugt werden

⇒ Messung einzelner Photonen möglich



## Der thermoelektrische Effekt:



## Energieverteilung der $e^-$ :

$$P_{FD}(E) = \frac{1}{e^{\frac{E - E_F}{k_B T}} + 1}$$

Fermi-Dirac  
Verteilung

für  $E \gg E_F$  und große  $T$

$$P_{MB}(E) = e^{-\frac{E - E_F}{k_B T}}$$

$P(E)$ : Wahrscheinlichkeitsverteilung der Energie des  $e^-$

## Typische Austrittsarbeit von Metallen:

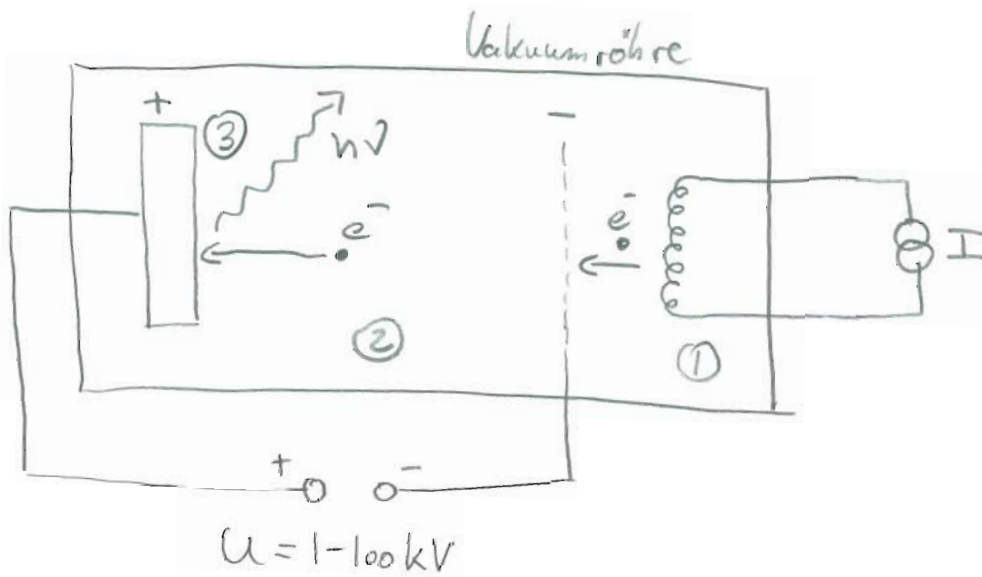
$$W = E_F \sim 2 - 5 \text{ eV}$$

$$\frac{0.1 W}{k_B} \sim 2000 - 10.000 \text{ K}$$

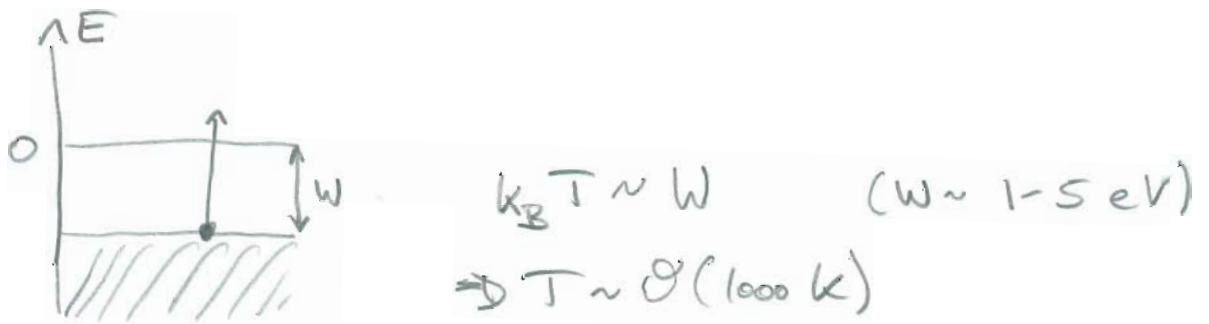
Temperaturen bei thermischer Emission

# Der inverse photoelektrische Effekt

①



① Erzeugung freier  $e^-$  durch thermoelektrischen Effekt



$\Rightarrow$  starkes Aufheizen eines elektrischen Leiters führt zu  $e^-$  Emission

② Beschleunigung der  $e^-$  durch große Potentialdifferenz

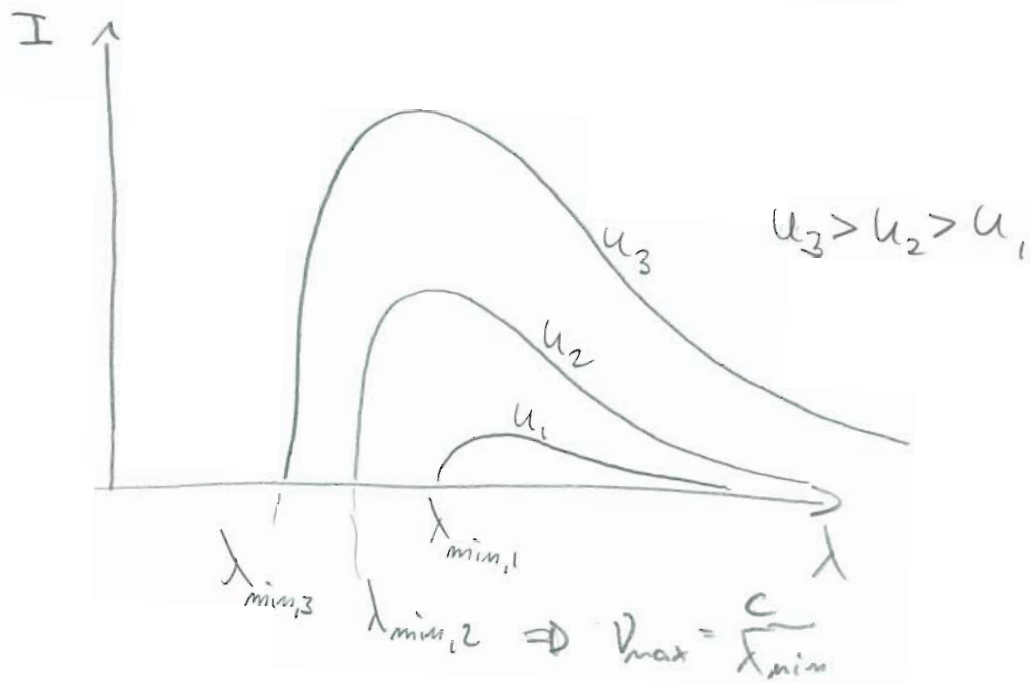
$$E_{\text{kin}} = eU$$

③ Abbremsen der  $e^-$  in Anode. Vielfachstreuung der einfallenden  $e^-$  an Elektronen und Kernen in der Anode. Erzeugung von Bremsstrahlung mit kontinuierlichem Spektrum.

$\Rightarrow$  Entdeckung des Effekts durch Wilhelm Conrad Röntgen (Nobelpreis 1901)

## • Typisches Bremsstrahlungsspektrum

(2)



- höhere Intensität  $I$  für höhere  $eU$  der Elektronen
- kürzere minimale Wellenlänge der ausgesandten Bremsstrahlung für höhere  $U$
- minimale Wellenlänge  $\lambda_{\min}$  ist materialunabhängig

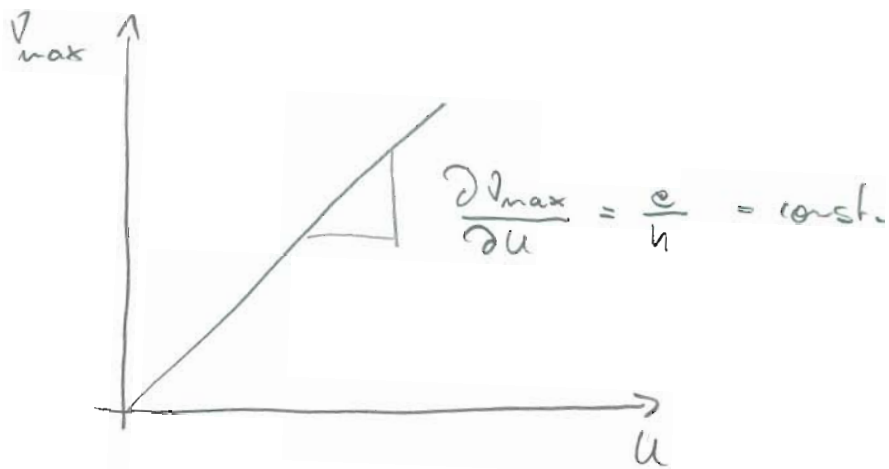
## Erklärung der minimalen Wellenlänge $\lambda_{\min}$ :

$$E_{\text{kin}} = eU = h\nu_{\text{max}} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \quad \text{für } eU \gg W$$

$$\Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}$$

- vollständige Umwandlung der kinetischen Energie eines  $e^-$  in Bremsstrahlung durch Erzeugung eines einzelnen Photons

- Abhängigkeit der Grenzfrequenz  $\nu_{\max}$  von der Beschleunigungsspannung  $U$  (5)



- linearer Zusammenhang zwischen  $\nu_{\max}$  und  $U$
- Steigung:  $\frac{e}{h}$  bestimmt durch Elektronenladung  $e$  und Planck'sche Konstante  $h$

- Typische Wellenlängen der erzeugten Strahlung

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} = 0.01 - 10 \text{ nm}$$

bei  $U \sim 100 \text{ kV} - 100 \text{ V}$

- Anwendungen:
- medizinische Abbildung durch Absorption von Strahlung
  - Untersuchung von Materialeigenschaften in der Festkörperphysik durch Beugung von Strahlung



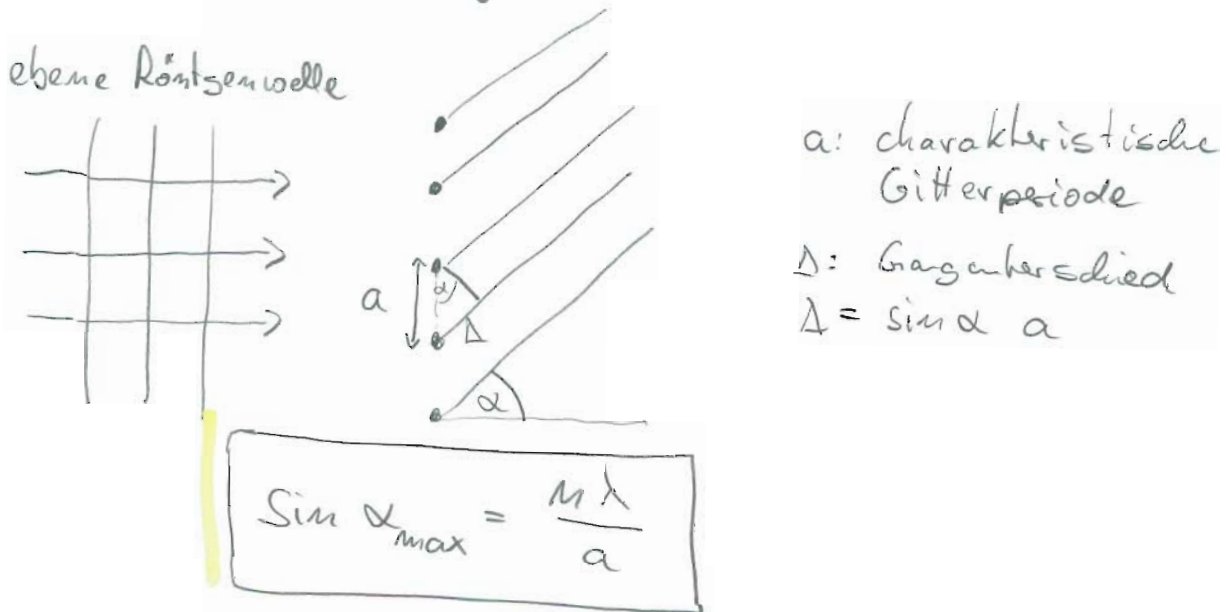
# Beugung von Röntgenstrahlung

(4)

- betrachte Welleneigenschaft von Röntgenstrahlung

- Beugung am Gitter

- Bedingung für konstruktive Interferenz am Strichgitter



→ Beugungswinkel nur dann groß, wenn

$$\frac{m \lambda}{a} \sim 1$$

→ für Röntgenstrahlen  $\lambda \sim 0.01 \text{ nm} - 10 \text{ nm}$   
⇒ sehr feine Gitter nötig

→ oder: betrachte Beugung bei hoher Ordnung  $n$

aber: Intensität nimmt mit Ordnung ab.

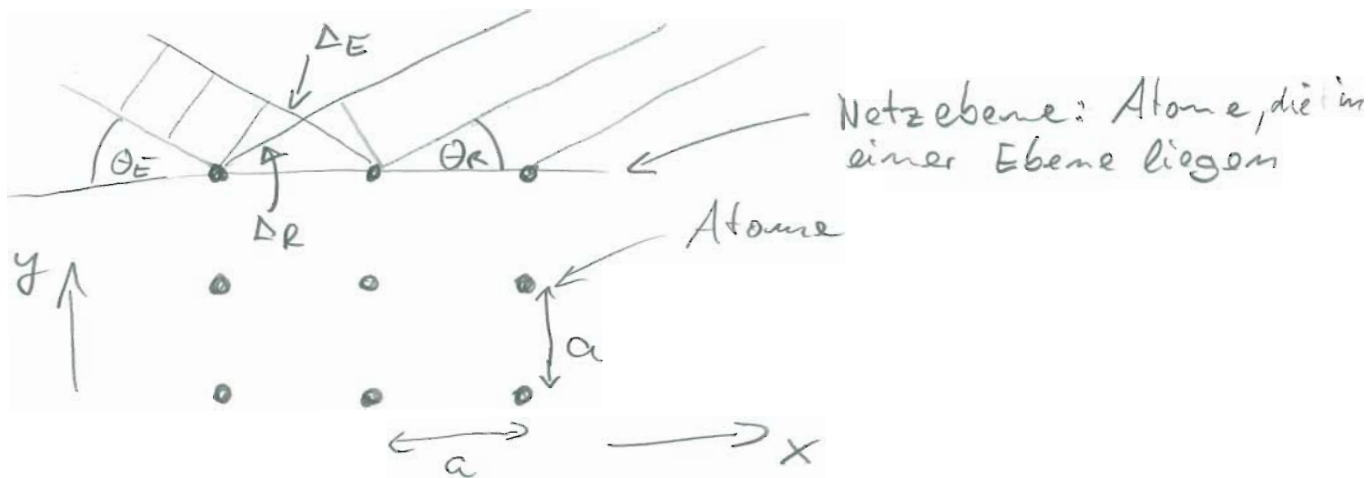
⇒ nutze natürliche Gitter mit  $a \sim \lambda$

→ Einkristalle

# Biegung am kubischen Kristallgitter

5

• Beispiel: NaCl



- elektromagnetische ebene Welle fällt unter Winkel  $\theta_E$  ein
- Atome werden kohärent (mit fester Phasenbeziehung) zu Schwingungen angeregt und senden Kugelwellen aus (Huygens)

• Kriterien für konstruktive Interferenz am Kristallgitter

① Konstruktive Interferenz innerhalb einer Netzebene

$$\Delta_E = \sin \theta_E a = \Delta_R = \sin \theta_R a$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta_E = \theta_R} \quad \begin{array}{l} \text{Einfallswinkel} \\ = \text{Ausfallswinkel} \end{array}$$

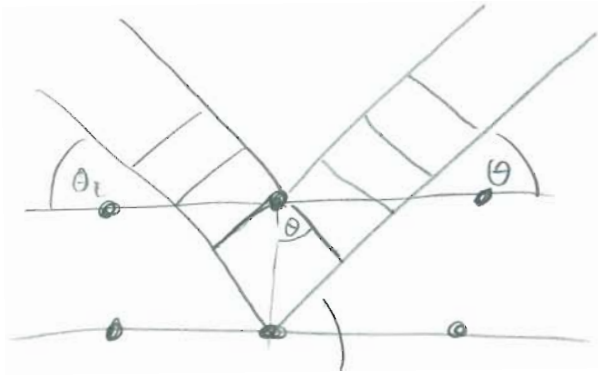
$$\text{für } \lambda_E = \lambda_R$$

$\Rightarrow$  d.h. bei elastischer Streuung der Strahlung an festem Atom.

$\Rightarrow$  Wellenlänge der gestreuten Strahlung ändert sich nicht!

② konstruktive Interferenz zwischen verschiedenen Netzebenen

⑥



$$\Delta = \sin \theta a$$

$$2\Delta = 2 \sin \theta a = n\lambda$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin \theta_{\max} = \frac{n\lambda}{2a}}$$

Bragg'sche Interferenzbedingung an einer Schar von parallelen Netzebenen mit Abstand  $a$ .

Inwendung:

- Bestimmung des Netzebenenabstands  $a$  im Kristallen (bekanntes  $\lambda$ ).
- Bestimmung der Wellenlänge  $\lambda$  von Röntgenstrahlung bei bekanntem  $a$ .

$\Rightarrow$  Röntgenstrahlen zeigen Welleneigenschaften!