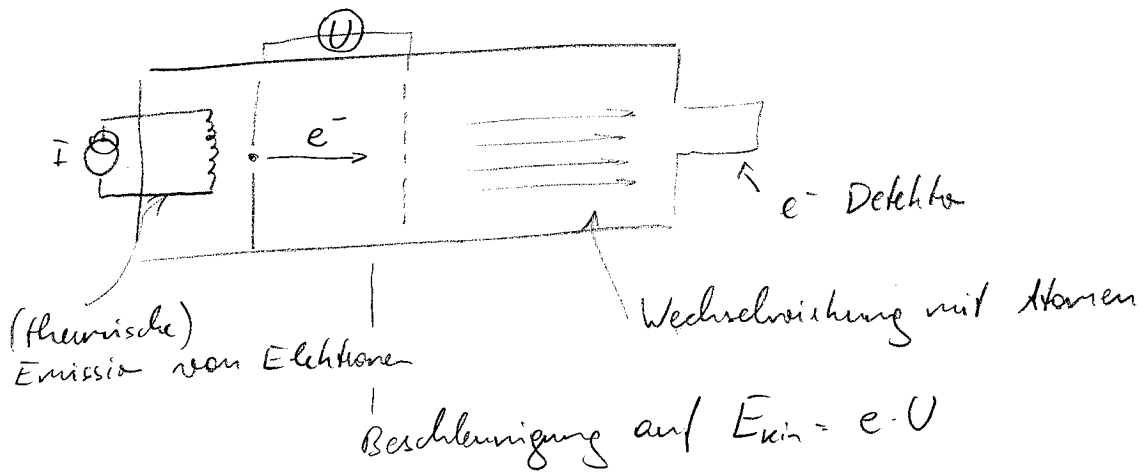


Kernstruktur des Atoms

① Physik 4

Untersuchung der Verteilung von Masse & Ladung im Atom durch Streuexperimente

- Steuerung von Elektronen kontrollierter Energie an Atomen (Lenard, ca. 1890)



- Streuprozess:
- ↳ inelastische Streuung
→ Anregung oder Ionisation von Atomen
 - ↳ elastische Streuung
→ Streuung an Atomkernen

Beobachtung:

- Bei ausreichend hohen Energien $E_{kin} = eU$ durchdringen e^- selbst einige cm Gas bei Normaldruck (1 bar) bzw. μm -dicke Metallfolien (10^{24} Atomschichten)

⇒ Wechselwirkung $e^- \leftrightarrow$ Atom ist viel kleiner als Atom \leftrightarrow Atom Wechselwirkung

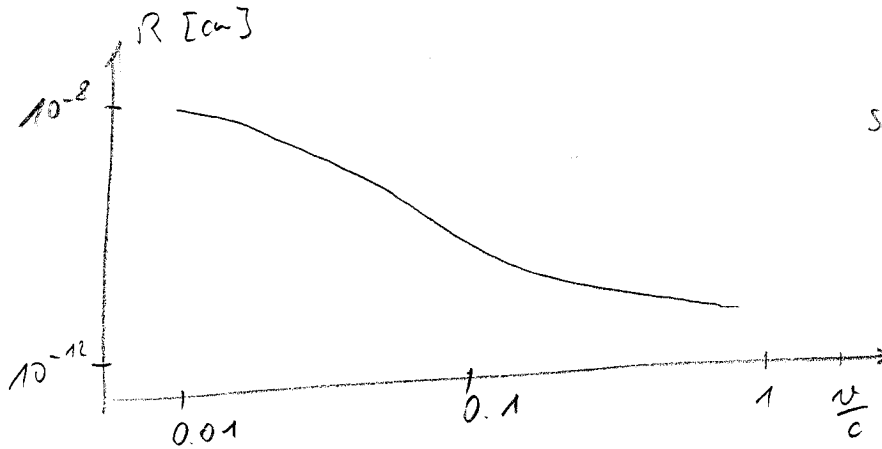
→ Wenn Atome für e^- undurchdringbar dann sollte Streuung im Bereich der mittleren gaskinetischen freien Weglänge stattfinden (10^{-5} cm)

- Bestimmung der Stärke der Wechselwirkung in Abhängigkeit von der kinetische Energie der e^- durch Variation der Beschleunigungsspannung

$$I = I_0 e^{-\alpha x}$$

α ... Streukoeffizient
 x ... Wechselwirkungslänge

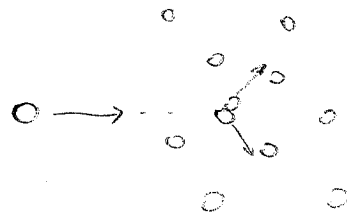
$$\alpha = n\sigma = n \frac{4\pi}{R} \left(\frac{Z_1 Z_2}{R} \right)^2$$



starke Energieabhängigkeit des Streuquerschnitts

⇒ 10⁻⁸ Reduktion von σ

⇒ nur kleiner Bruchteil des Atoms ist für Elektronen undurchlässig!



Stoßwahrscheinlichkeit unabhängig von Energie bei harten Kugeln

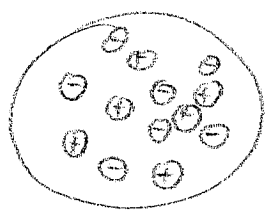
'Das Innere des Atoms ist so leer wie das Weltall.'

(Lorand)

⇒ Masse & Ladung 'körnig' verteilt!

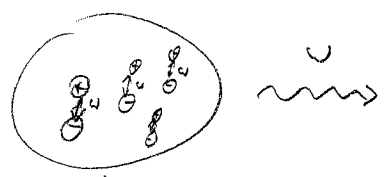
Thomson's 'Rosinenkuchenmodell' (3)

Beobachtung: jedes Atom aus z Elektronen (Ladung $-ze$)
und z positiven Ladungen (ze)



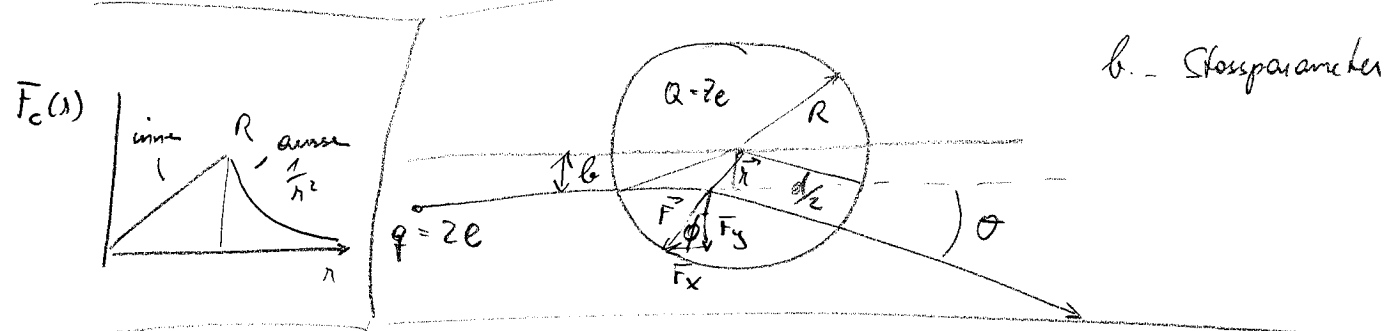
Überprüfung des Modells:

\rightarrow Dipolschwingungen
(Resonanzen bei Plasmafrequenz)



\Rightarrow nicht beobachtet!

\rightarrow erwartete Streuung (α -Teilchen)



$\vec{E} = \frac{ze\kappa}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{e}_r$ (positive gleichverteilte Ladung)

$\vec{F} = q\vec{E} = 2Zk\kappa \cdot \vec{e}_r$ $k = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^3}$ $q = ze$ für α -Teilchen

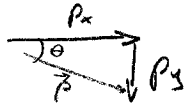
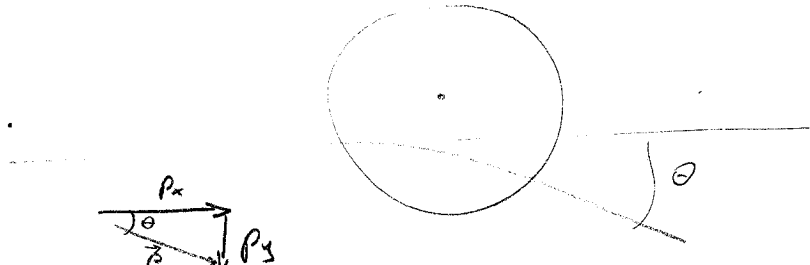
$F_y = 2Zk \cdot r \cdot \cos\phi$ $\Delta p_y = \int_0^T F_y(t) dt = 2 \int_0^T Zk \cdot b dt$

$(\cos\phi \sim \frac{b}{r})$
 $\sim 2Zk \cdot b$

$= \frac{2Ze^2 b}{4\pi\epsilon_0 R^3} \cdot T$

$$T = \frac{d}{v_0} = 2 \cdot \frac{\sqrt{R^2 - b^2}}{v_0} \quad (\text{Ablenkung vernachlässigbar})$$

$$\Delta p_y = \frac{4Zkb}{v_0} \sqrt{R^2 - b^2}$$



$$p_x \sim p$$

$$\frac{\Delta p_y}{p_x} \approx \frac{\Delta p_y}{p} = \tan \theta \sim \theta \quad \text{für kleine Winkel}$$

$$\theta \sim \frac{4Zkb}{mv_0^2} \sqrt{R^2 - b^2}$$

maximaler Streuwinkel aus $\frac{d\theta}{db} = 0$

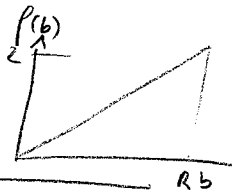
$$\theta_{\max} = \frac{2ZkR^2}{mv_0^2} = \frac{ZkR^2}{E_{\text{kin}}}$$

durchschnittlicher
Streuwinkel

$$\bar{\theta} = \int_0^{\theta_{\max}} \theta f(b) db$$

$$= \frac{1}{4} \theta_{\max}$$

$$f(b) = \frac{2\pi b}{4R^2}$$



Typ. Parameter: $R = 0.1 \text{ nm}$ für Atomradius

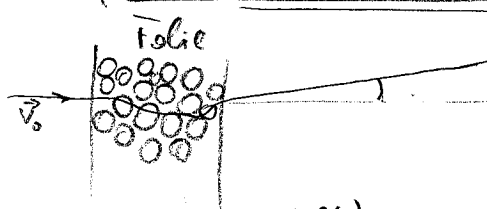
$$\frac{1}{2} m v_0^2 = E_{\text{kin}} = 5 \text{ MeV} \hat{=} 8 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$k = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} = 231 \frac{\text{J}}{\text{m}^2} \quad Z = 79 \text{ (Gold)}$$

$$\theta_{\max} = \frac{79 \cdot 231 \cdot 10^{-20}}{8 \cdot 10^{-13}} \sim 0.2 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \sim 0.8'$$

→ sehr kleine Ablenkwinkel

Winkelverteilung



m-Streuung (random-Walk)

$$\langle \bar{\theta} \rangle = \sqrt{m} \bar{\theta}$$

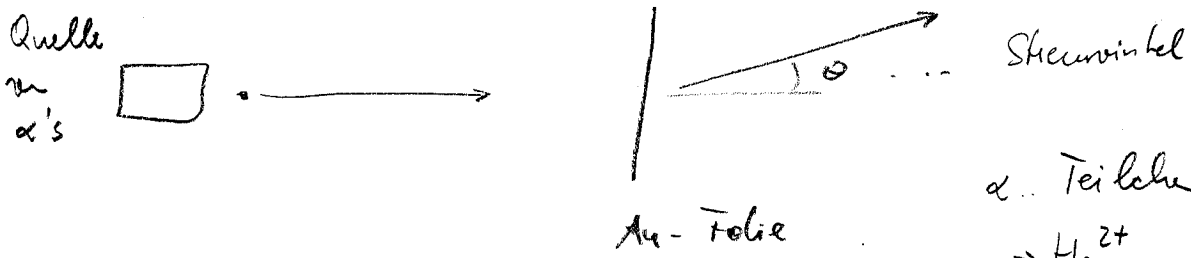
⇒ Gauss-Verteilung

$$N_0 \cdot e^{-\frac{\theta^2}{m\bar{\theta}^2}}$$

Rutherford'sches Atommodell

Experimente von Geiger & Marsden (1911)

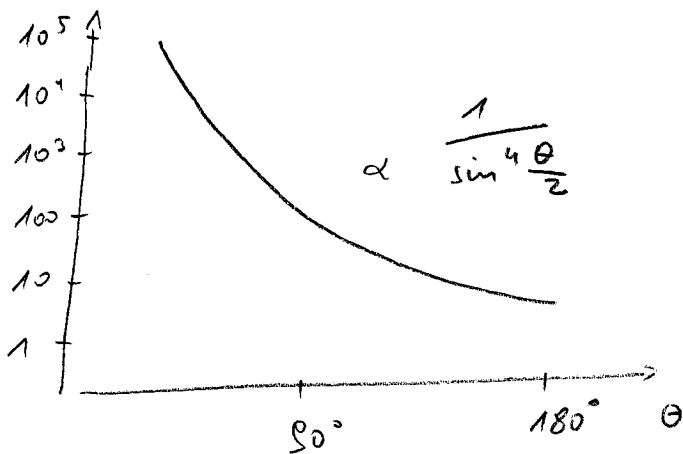
Streuung von α -Teilchen an Atomen



- α -Teilchen
- $\Rightarrow He^{2+} = 2n + 2p$
 - $\Rightarrow E_{kin} \sim 5 \text{ MeV}$
 - \Rightarrow aus radioakt. Zerfall
 - \Rightarrow Detektion in Szintillationszähler, Nebelkammer, Fluoreszenzschirme

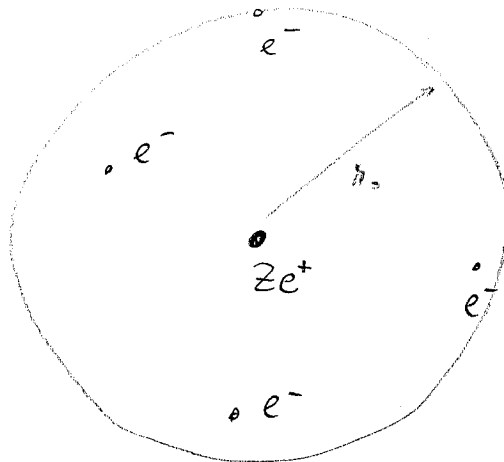
Beobachtung: \Rightarrow starke Abhängigkeit der Streurate von θ

\Rightarrow große Streuwinkel kommen vor

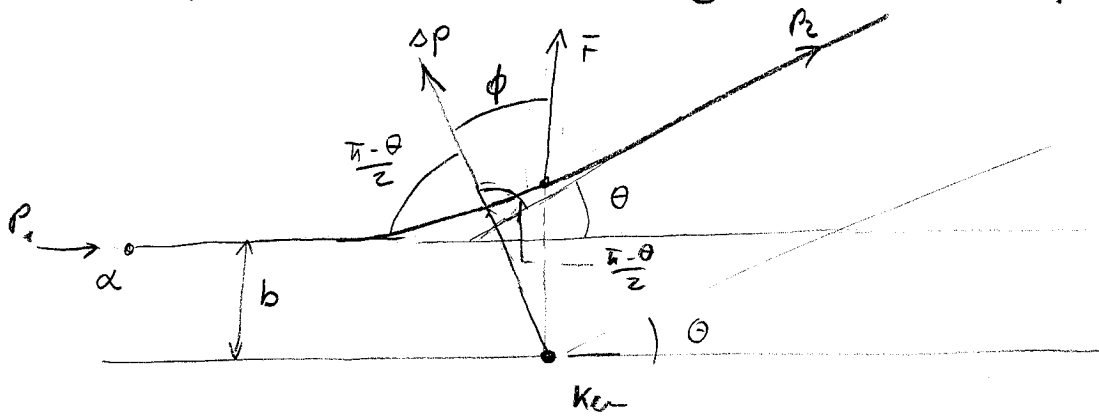


\Rightarrow inkompatibel mit Thompsons Atommodell

neues Atommodell:



Berechnung der Winkelverteilung nach Rutherford (6)



b ... Stoßparameter θ ... Streuwinkel Z_e ... Kernladung
 z_e ... Ladung α -Teilchen

Annahmen: 1) α & Kern punktförmig

2) Kern bleibt in Ruhe ($m_z \gg m_\alpha$, Kern im Gitter fixiert)

3) Wechselwirkung ist rein elektrostatisch

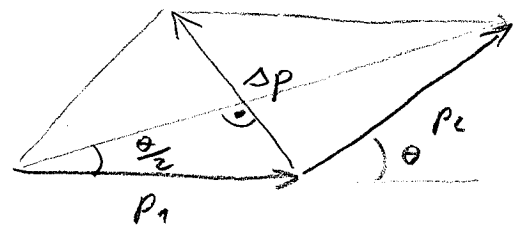
$$\vec{F}_C = \frac{z_e z_e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (\text{abstoßend})$$

4) aus Mechanik: $\frac{1}{r}$ -Zentralpotential führt zu Hyperbelbahn mit Kern im Brennpunkt

kin. Energie und Impulsbetrag des α -Teilchens vor und nach Stoß erhalten

$$p_1 = p_2 = mv = \text{const}$$

Impulsänderung Δp beim Stoß



$$\Delta p = 2mv \sin \frac{\theta}{2}$$

→ Impulsänderung Δp durch Coulomb-Wechselwirkung

(7)

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{F}_C \cos \phi \, dt$$

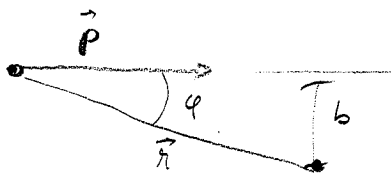
ϕ ... Winkel zwischen der auf das Teilchen wirkenden Kraft \vec{F} und dem Vektor der Impulsänderung $\Delta \vec{p}$ in Abhängigkeit von der Position auf der Bahn

Komponente F_{\perp} senkrecht zu $\Delta \vec{p}$ trägt nicht zu Impulsänderung bei

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{F}_C \cos \phi \, dt = \int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi-\theta}{2}} \vec{F}_C \cos \phi \frac{dt}{d\phi} \, d\phi$$

(Wechsel der Integrationsvariablen von Zeit zu Winkel)

zur Berechnung von $\frac{dt}{d\phi}$ benutzen wir die Erhaltung des Drehimpulses im Zentralfpotential



$$\begin{aligned} |\vec{L}| &= |\vec{r} \times \vec{p}| = \sin \phi \, r \cdot m v \\ &= b \cdot m v \stackrel{!}{=} m r^2 \omega = \\ &= m r^2 \frac{d\phi}{dt} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{dt}{d\phi} = \frac{r^2}{b v}$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{v b} \int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi-\theta}{2}} \cos \phi \, d\phi \stackrel{!}{=} 2 m v \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{aus Impulserhaltung})$$

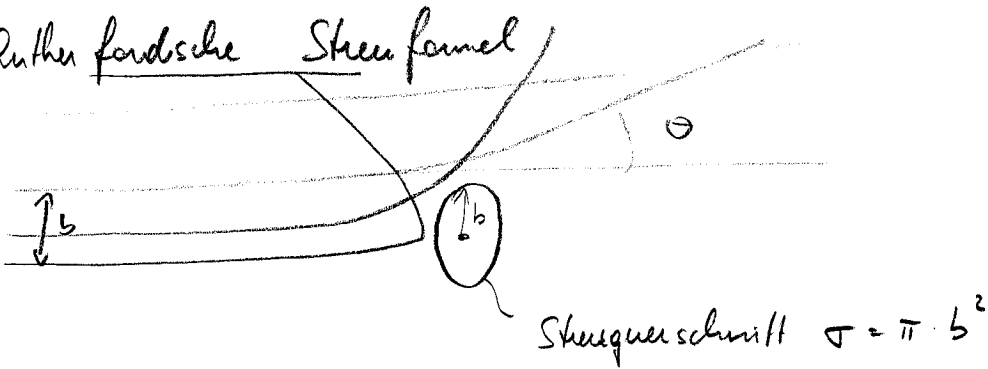
$2 \cos \frac{\theta}{2}$

⇒ Streuungswinkel:

$$\cot \frac{\theta}{2} = \frac{4\pi\epsilon_0}{2e^2z} m v^2 b \leftarrow \text{Stossparameter}$$

E_{kin} des α -Teilchens

Rutherford'sche Streuformel



σ sehr klein für grosse Streuwinkel!

3'	für 5 MeV α an Gold mit $b = 0.1 \text{ nm}$	$b = 0.01 \text{ nm}$ ($\frac{1}{10}$ Atomradius)
31'	— — — — —	$b = 1 \text{ fm}$ ($\frac{1}{100}$ Atomradius)
5°	— — — — —	

→ nur ein Streuprozess pro α -Teilchen in dünner Folie

Streuungswahrscheinlichkeit für Winkel grösser als θ

$$f = \frac{n \cdot d \cdot A \sigma}{A}$$

$n d x$... Zahl der Streuzentren
 σ ... Streuquerschnitt
 A ... Strahlquerschnitt

$$= n d \cdot \pi b^2$$

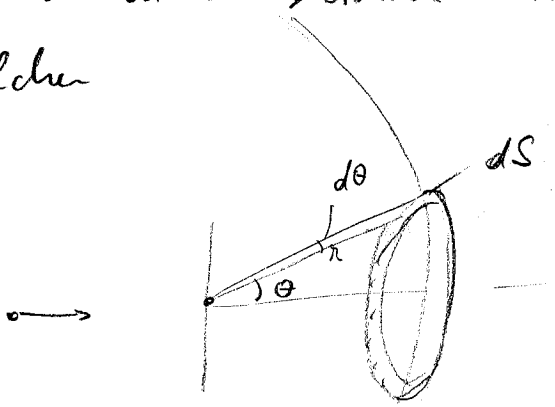
$$= n d \pi \left(\frac{z e^2}{4\pi\epsilon_0 E_{\text{kin}}} \right)^2 \cot^2 \frac{\theta}{2}$$

Streuungswahrscheinlichkeit in dem Winkelbereich $d\theta$ um θ

$$df = \frac{\partial f}{\partial \theta} d\theta$$

$$= n d \pi \left(\frac{z e^2}{4\pi\epsilon_0 E_{\text{kin}}} \right)^2 \cot \frac{\theta}{2} \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

Zahl der in den Detektor mit Fläche dS gestreute Teilchen



$$dS = r \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\theta} \sin\theta d\theta = r^2 2\pi \sin\theta d\theta$$

$$= 4\pi r^2 \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} d\theta$$

$$N(\theta) = N_0 \cdot \frac{df}{dS} = N_0 \cdot nd$$

$$\frac{Z^2 e^4}{E_{kin}^2} \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \cdot \frac{1}{(8\pi\epsilon_0)^2 r^2}$$

Kernladung Z

Eigenschaft des Streukörpers

Charakteristische Winkelabhängigkeit

- > bestätigt Rutherford-Modell des Atoms
- > Entdeckung des Atomkerns
- > Abweichungen bei grossen Streuwinkeln (kleine Streuparameter - $b < 10^{-15} m$) beobachtet
- > Hinweis auf Kernkräfte