

Kapitel 3: Kernstruktur des Atoms

3.1 Durchgang von Elektronen durch Materie

Elektronen erzeugt im Kathodenstrahlrohr wechselwirken mit Gasatomen im Rohr.

Elektronen können hinter dünnem Fenster auf Szintillationsschirm sichtbar gemacht werden.

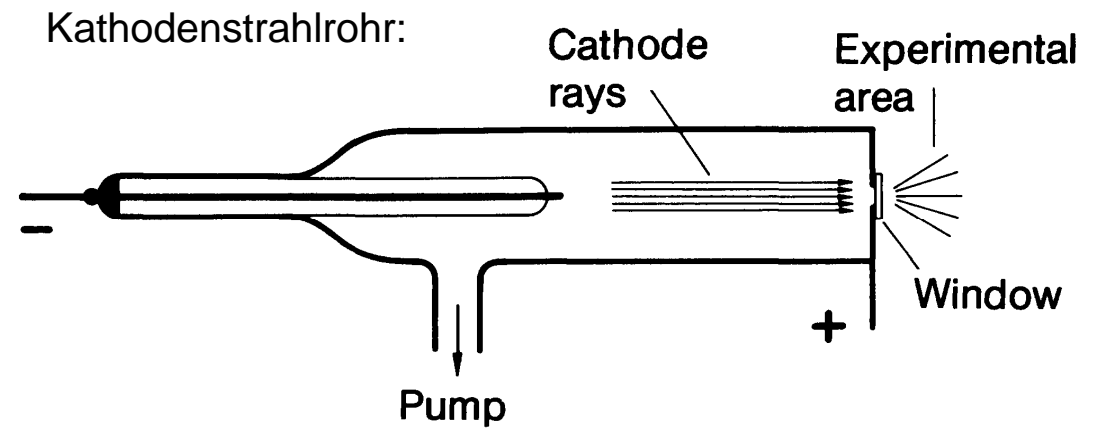
Messung der Elektronenintensität / hinter dem Fenster in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung V_{+-} .

Aus Streuexperimenten bestimmte Stossradien R für Elektronen zeigen starke Abhängigkeit von der Elektronengeschwindigkeit v ausgedrückt im Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit c .

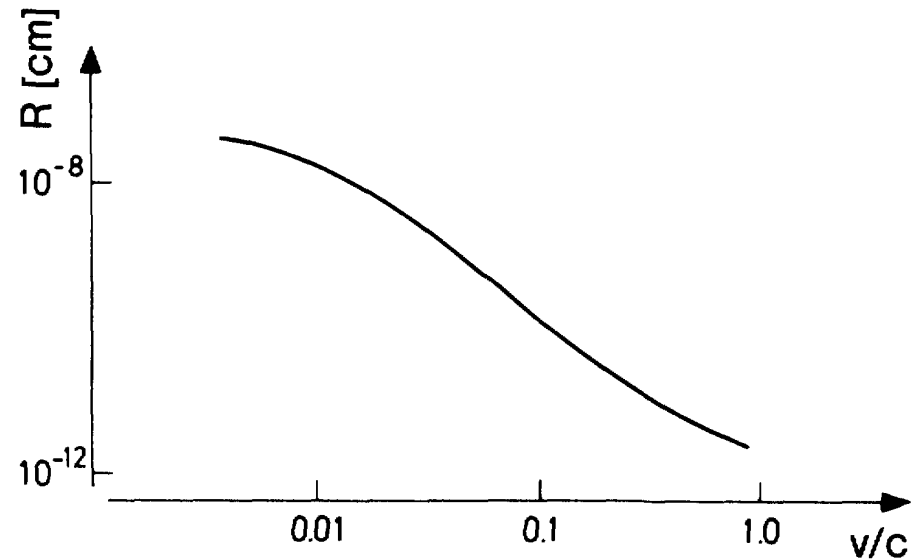
- langsame Elektronen wechselwirken stark mit Elektronen in der Atomhülle
- schnelle Elektronen wechselwirken schwach

$$\alpha = n \sigma = n \pi (r_1^2 + r_2^2)$$

Folgerung: Für Elektronen mit hoher Energie wird die Wechselwirkung mit Atomen schwach, der Streuquerschnitt σ reduziert sich um 10^{-8} , d.h. das Atom ist für schnelle Elektronen fast durchsichtig.

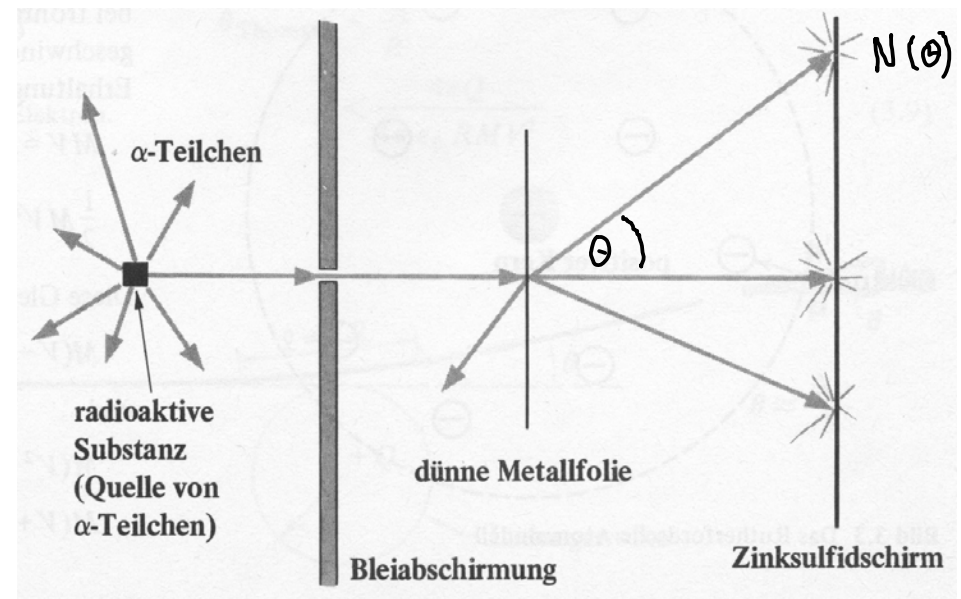


$$I = I_0 e^{-\alpha x} \quad \alpha = \alpha(V_{+-})$$

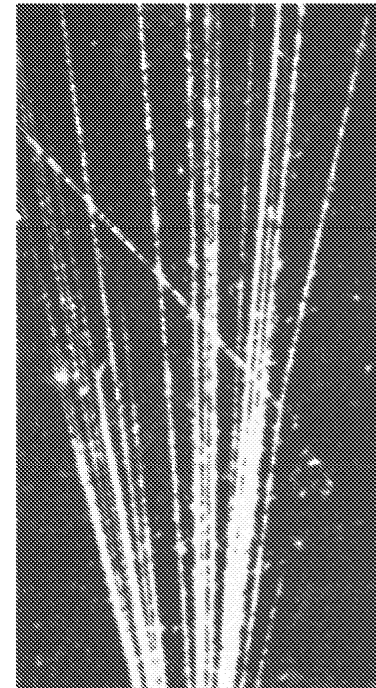


3.2 Durchgang von α -Teilchen durch Materie: Rutherford Streuung

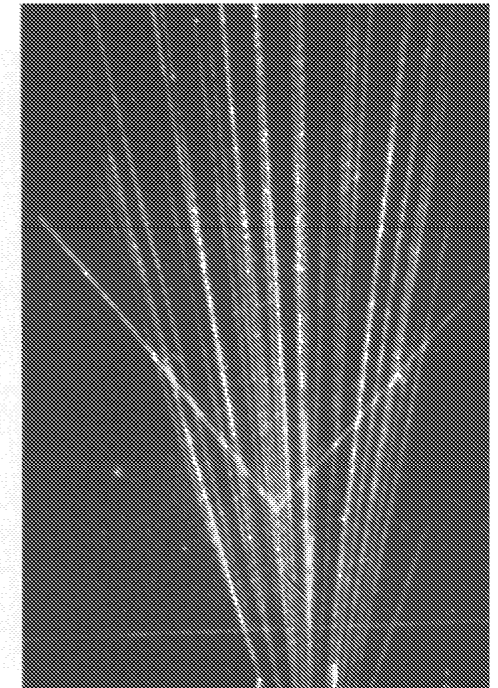
- Rutherfords Idee: Streuung von α -Teilchen (grosse Masse, Energie und Impuls = gute Auflösung) an einer dünnen Gold Folie, um die Struktur des Atoms zu untersuchen.
- Experiment von Geiger and Marsden (1911) (Grafik).
- α -Teilchen sind voll ionisierte Helium Atome (He^{2+}) mit hoher Energie ($\sim 5 \text{ MeV}$), die in nuklearen Zerfällen schwerer Atomkerne erzeugt werden können.
- Sie haben eine grosse freie Weglänge von $\sim 3.5 \text{ cm}$ in Luft.
- Detektion gestreuter α -Teilchen durch Lichtemission auf einem fluoreszierenden Schirm.
- Nebelkammerspuren von α -Teilchen (siehe Abb.):



in H:

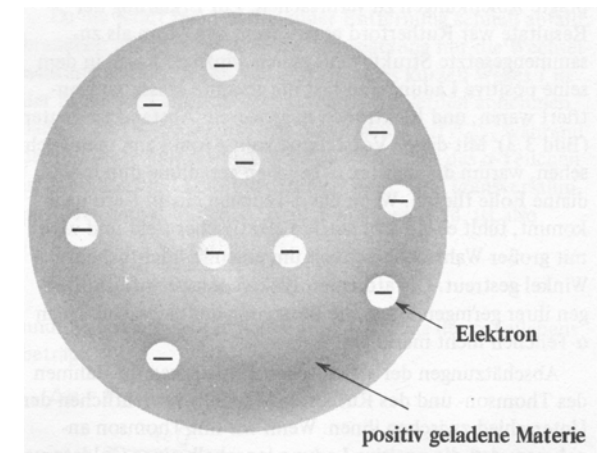


in He:



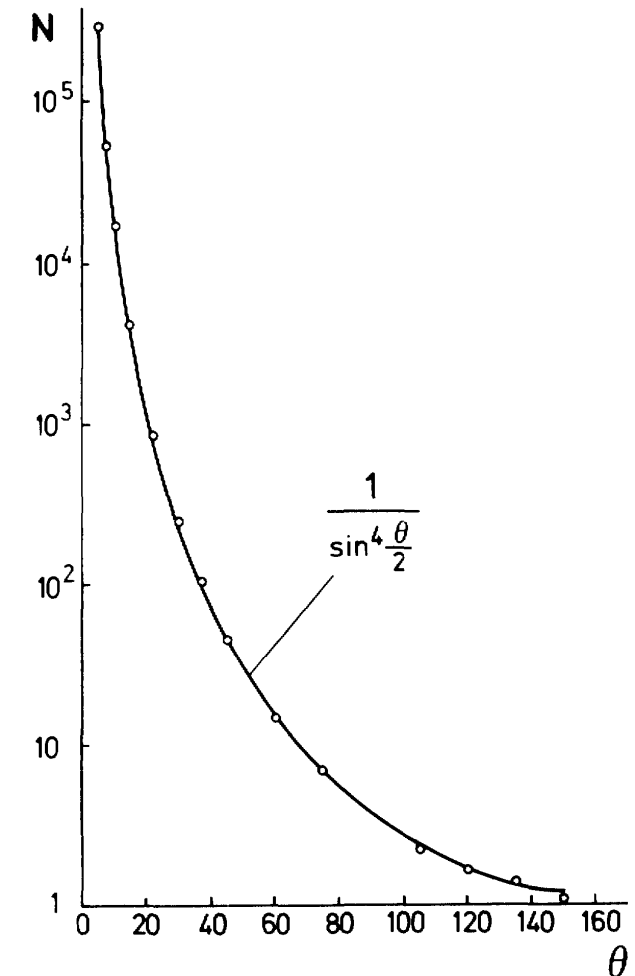
Erwartung für im Atom gleich verteilte Ladung (Thomson-Modell) :

- Stoss mit Elektronen:
Die meisten α -Teilchen sollten fast ohne Ablenkung durch die dünne Metallfolie treten, da Streuung mit den viel leichteren Elektronen nur zu kleinen Ablenkwinkeln führt.
- Stoss mit im Atom gleich verteilter positiver Ladung sollte ebenfalls klein sein.



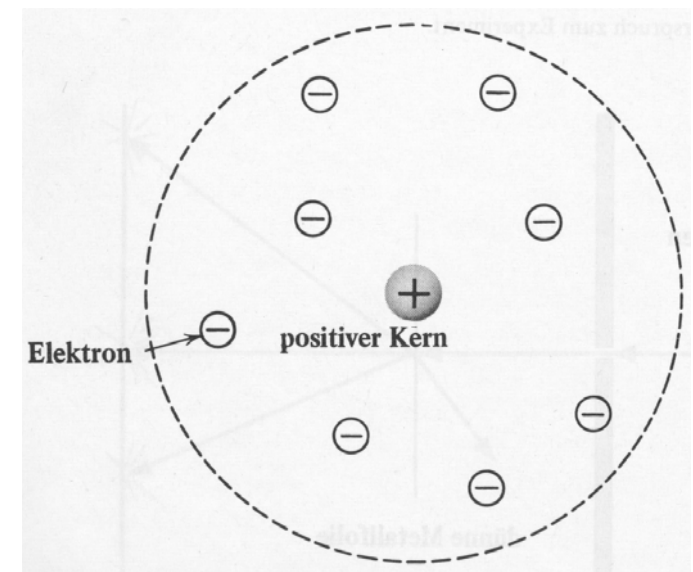
Beobachtung:

- charakteristische starke Winkelabhängigkeit der Streuung
- grosse Streuwinkel kommen vor
- beachte logarithmische Skala



Das Rutherford Atommodell:

- Rutherford erwartete, dass die positive Ladung Ze und fast die gesamte Masse m des Atoms in einem Kern im Zentrum konzentriert sei.
- Diese Idee konnte durch Streuung von α -Teilchen an Atomkernen überprüft werden.
- Zwei Schritte: Berechne Streuwinkel θ und Winkelverteilung $N(\theta)$ der gestreuten Teilchen.



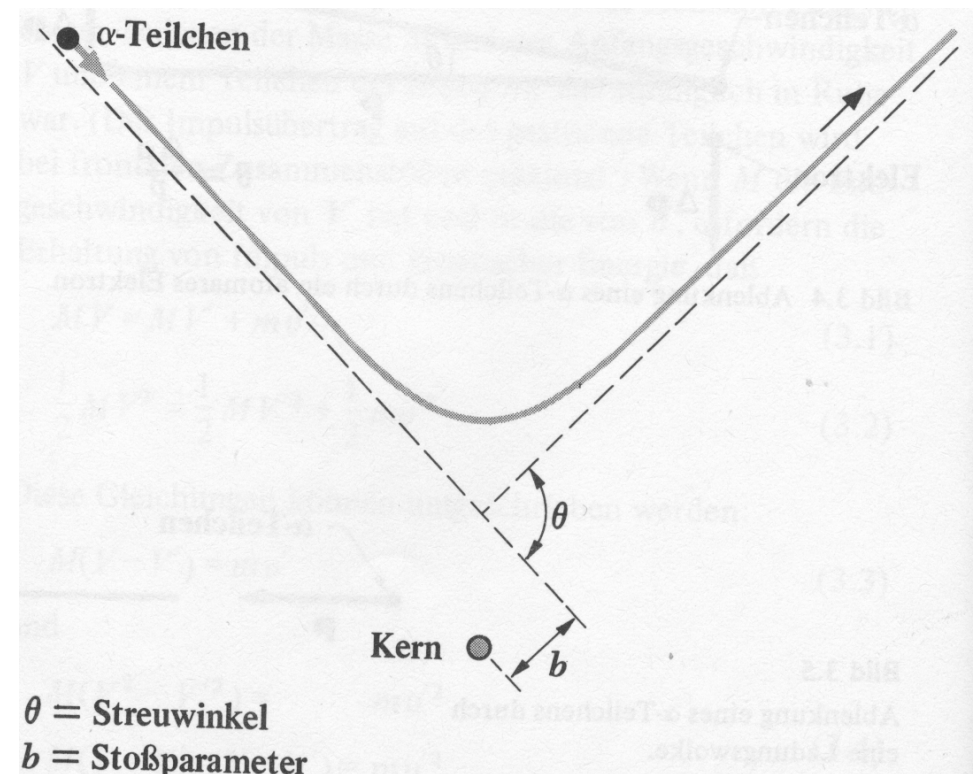
3.2.1 Berechnung des Streuwinkels θ :

Annahmen:

- α -Teilchen und Atomkern sind punktförmig Teilchen mit Ladung $+2e$ und $+Ze$.
- Der Atomkern bleibt in Ruhe beim Stoss, da er schwerer als das α -Teilchen ist und ausserdem in das Kristallgitter der Folie eingebaut ist.
- Die einzige Wechselwirkung ist elektrostatisch ($\sim 1/r$ Coulomb-Potential, $1/r^2$ Kraft) und führt zu einer hyperbolischen Bahn des α -Teilchen mit dem Kern im äusseren Fokus

$$\vec{F} = \frac{2eZe}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

- b ist der Stossparameter und θ der Streuwinkel



θ = Streuwinkel
 b = Stoßparameter

Die kinetische Energie E_{kin} des α -Teilchens ist vor und nach dem Stoss erhalten, da der Kern in Ruhe bleibt. Daher gilt für den Impuls des α -Teilchens p_1 vor dem Stoss und p_2 nach dem Stoss

$$p_1 = p_2 = mv = \text{const.}$$

v ist die Teilchengeschwindigkeit in grosser Entfernung vom Kern.

Die Impulsänderung Δp ist daher

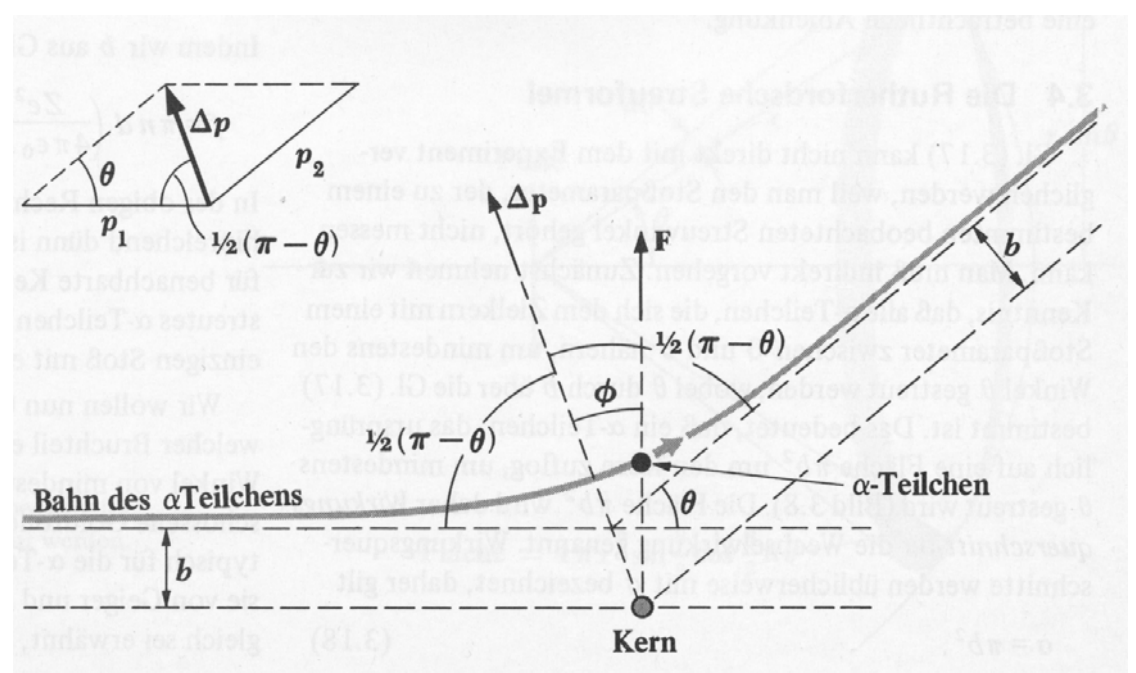
$$\Delta p = 2mv \sin \frac{\theta}{2}$$

Impulsübertrag in Richtung von Δp durch elektrostatische Wechselwirkung zwischen α -Teilchen und Kern

$$\Delta p = \int F \cos \phi \, dt = \int F \cos \phi \frac{dt}{d\phi} \, d\phi$$

mit: $\frac{d\phi}{dt} = \frac{vb}{r^2}$; $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2}$ Ze : Kern
 $2e$: α -Teilchen

Erhaltung des Drehimpuls: $|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = r m v \sin \phi = m v b = m r^2 \omega = m r^2 \frac{d\phi}{dt}$



Abhängigkeit des Streuwinkels vom Stossparameter b und der kinetischen Energie E_{kin} des α -Teilchens

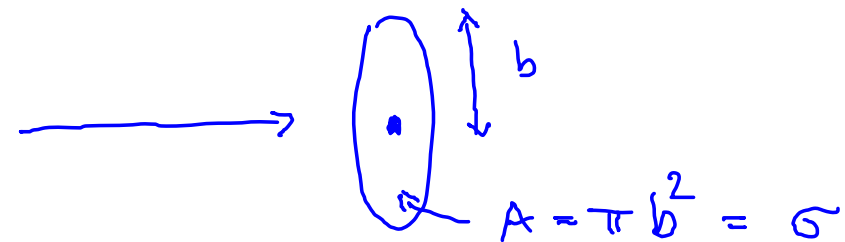
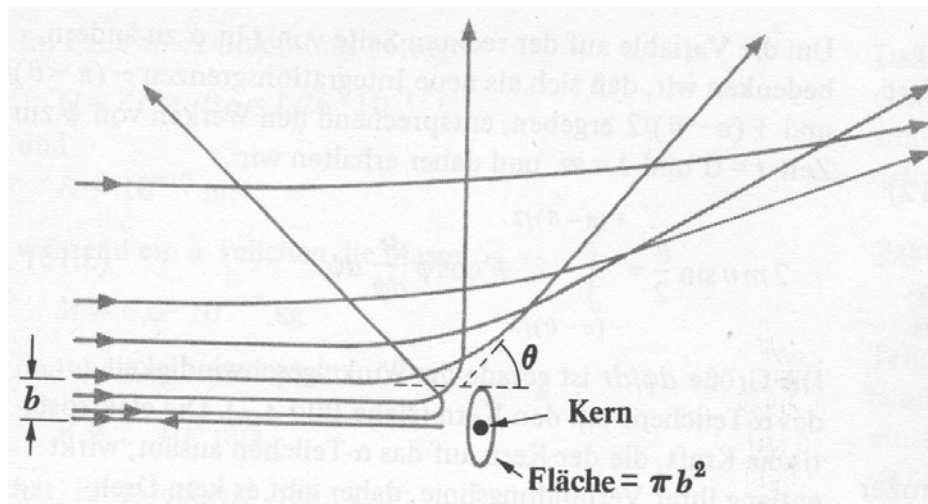
$$2mv \sin \frac{\Theta}{2} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0} vb \int_{-\frac{1}{2}(\pi-\Theta)}^{\frac{1}{2}(\pi-\Theta)} \cos \phi \, d\phi$$

$$2 \cos \frac{\Theta}{2}$$

Der Rutherford-Streuwinkel:

$$\cot \frac{\Theta}{2} = \frac{2\pi\epsilon_0}{Ze^2} mv^2 b = \frac{4\pi\epsilon_0}{Ze^2} E_k b$$

Bemerkung: Die Abhängigkeit zwischen b und θ kann nicht für einzelne Streuprozesse bestimmt werden. Stattdessen bestimmen wir die Anzahl der Teilchen, die sich dem Kern näher als ein Stossparameter b annähern, und folglich um einen Winkel von mindestens θ gestreut werden.



Streuquerschnitt

3.2.2 Rutherford'sche Streuformel

Streuung von α -Teilchen an einer Folie mit Dicke d und Atomdichte n bei einem Strahlquerschnitt A .

Der Anteil f von α -Teilchen, die mindestens um einen Winkel θ gestreut werden, ist

$$f = \frac{dA n}{A} \sigma = n d \pi b^2$$
$$= n d \pi \left(\frac{Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 E_k} \cot \frac{\theta}{2} \right)^2$$

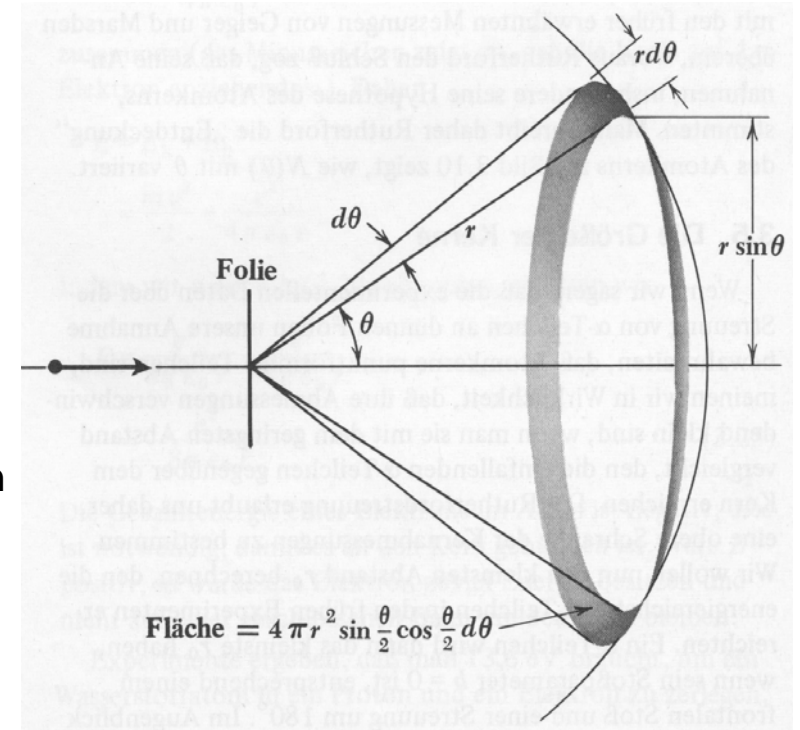
In Experimenten wird typischerweise die Anzahl von Teilchen, die in ein Winkelement $d\theta$ um den Winkel θ gestreut werden gemessen.

$$df = \frac{\partial f}{\partial \theta} d\theta$$

Gesamter Raumwinkel (Detektoroberfläche) in den Teilchen gestreut werden können:

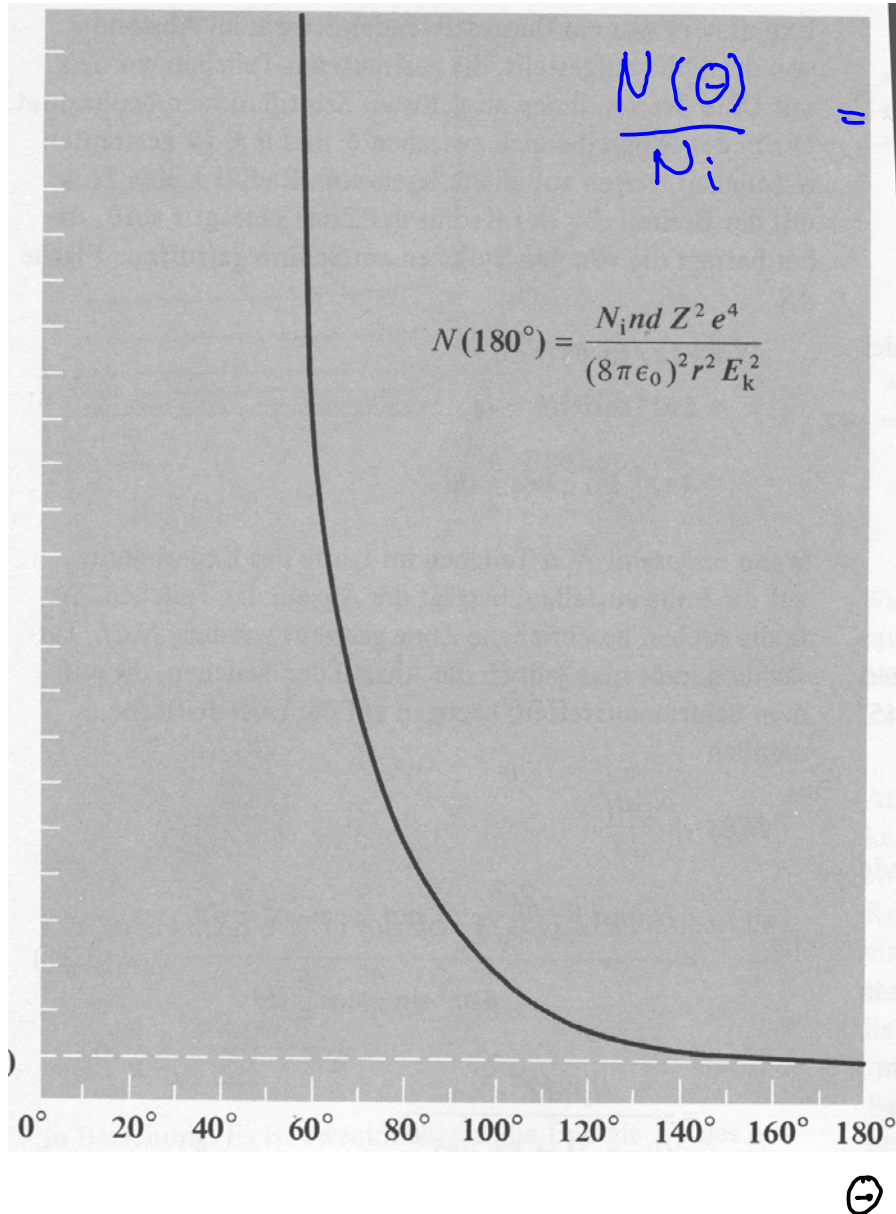
$$dS = 2\pi r \sin \theta \, r d\theta = 4\pi r^2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta$$

typische Geometrie des Detektors



Rutherford-Streufmel

$N(\theta)$



$$\frac{dI}{dS} =$$

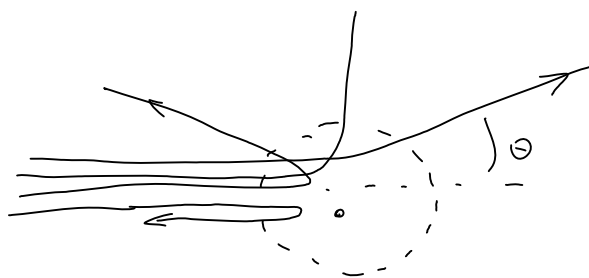
$$= \frac{\pi n d \left(\frac{Z e^2}{4\pi \epsilon_0 E_k} \right)^2 \frac{\cot \frac{\theta}{2}}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} d\theta}{4\pi r^2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta}$$

$$= \frac{n d Z^2 e^4}{(4\pi \epsilon_0)^2 r^2 E_k^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

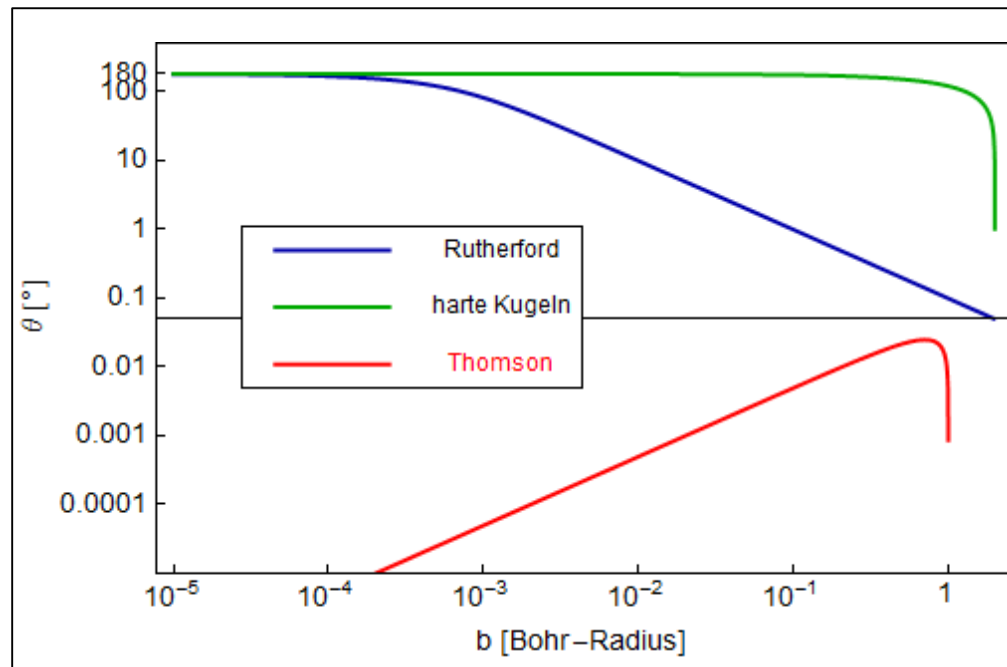
- starke Abhängigkeit von der Ladungszahl Z , dem Streuwinkel θ und der Energie E_k der α -Teilchen
- Bestätigt Rutherford Modell des Atoms.
- Entdeckung des Atomkerns
- Resultate können zur Bestimmung der Ladungszahl Z des Kerns genutzt werden.
- Abweichungen vom Modell für sehr kleine ($b > a$) und sehr grosse ($b < 10^{-15} \text{ m}$) Streuwinkel.

Vergleich: Rutherford - Thomson - Hartkugel - Modell

- Rutherford,



grosse Streuwinkel nahe
beim Kern

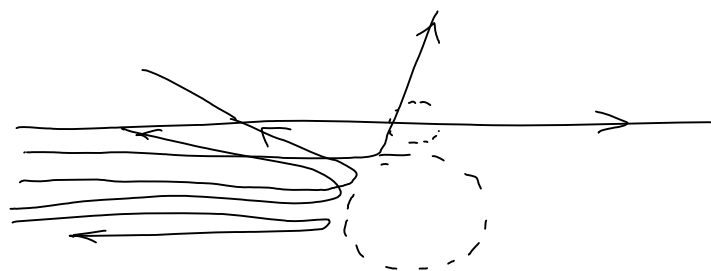


- Thomson,



- immer relativ kleine Streuwinkel
- grössere Streuung mit zunehmendem Abstand zum Kern

- harte Kugeln:



*) keine Streuung ab $b > r_1 + r_2$

Abschätzung der Grösse eines Atomkerns

Ungefähre maximale Energie von natürlich auftretenden α -Teilchen

$$E_k = 7.7 \text{ MeV}$$

Betrachte zentralen Stoss mit Stossparameter $b = 0$. Die gesamte kinetische Energie ist in potentielle Energie umgewandelt wenn das α -Teilchen den dem Kern nächsten Punkt r_0 erreicht.

$$E_p = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \quad ; \quad E_p = E_k$$

$$\Rightarrow r_0 = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E_k} = Z \cdot 3.8 \cdot 10^{-16} \text{ m}$$

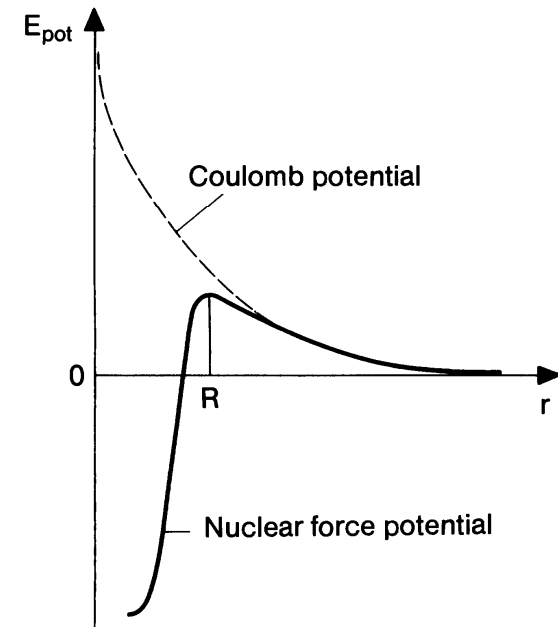
für Gold (Au, $Z = 79$)

$$r_0 = 3 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Genauereres Resultat für Bestimmung des Kernradius aus Streuexperimenten mit hochenergetischen Elektronen (einige GeV):

$$r_0 = R A^{1/3} \quad ; \quad R = 1.2 \cdot 10^{-15}$$

Mit der Massenzahl (Nukleonenzahl) A gegeben aus der Summe der Protonenzahl (Ladungszahl) Z und Neutronenzahl $A-Z$ im Kern.



Abweichungen vom Coulomb-Potential für $b < R$: Kernkräfte

Notation für Element X: $\begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} X$