Physik IV - Lösungen - Serie 1

23. Februar 2011

1a) Minima bei $y_1 = 11\,\text{mm}$ und $y_2 = 22\,\text{mm}$

Position der Minima aus der Intensitätsformel des Einzelspalts.

$$I(\alpha) \propto \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2 = \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\alpha\right)}{\frac{\pi d}{\lambda}\sin\alpha}\right)^2$$

$\alpha \ll 1$: $$I(\alpha) \propto \frac{\sin \frac{\pi d}{\lambda}\alpha}{\frac{\pi d}{\lambda}\alpha}$$

$$I(\alpha) = 0 \quad \text{für} \quad \frac{\pi d}{\lambda}\alpha = \pi \qquad \text{(1. Minimum)}$$

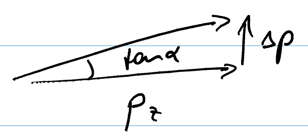
$$\boxed{\Rightarrow \alpha_{min} = \frac{\lambda}{d}}$$

α_{min} invers proportional zu d $\Rightarrow$ grüne Linie für $d_2 = 0.2\,\text{mm}$
rote Linie für $d_1 = 0.1\,\text{mm}$

Berechnung der Wellenlänge: $\tan\alpha = \frac{y}{R}$ oder $\alpha \sim \frac{y}{R}$ $(\alpha \ll 1)$

$$\lambda \sim \frac{yd}{R} = \frac{0.011 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{3.6}\,\text{m} = \underline{\underline{611\,\text{nm}}}$$

b) Winkeldivergenz $\alpha = \frac{\lambda}{d}$



$\tan\alpha = \frac{\Delta p}{p_z}$ $\quad \Delta p$ ... Winkeländerung

für $\alpha \ll 1$: $\alpha \sim \frac{\Delta p}{p_z} \sim \frac{\Delta p}{p}$ $\qquad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

$p_z \sim p$

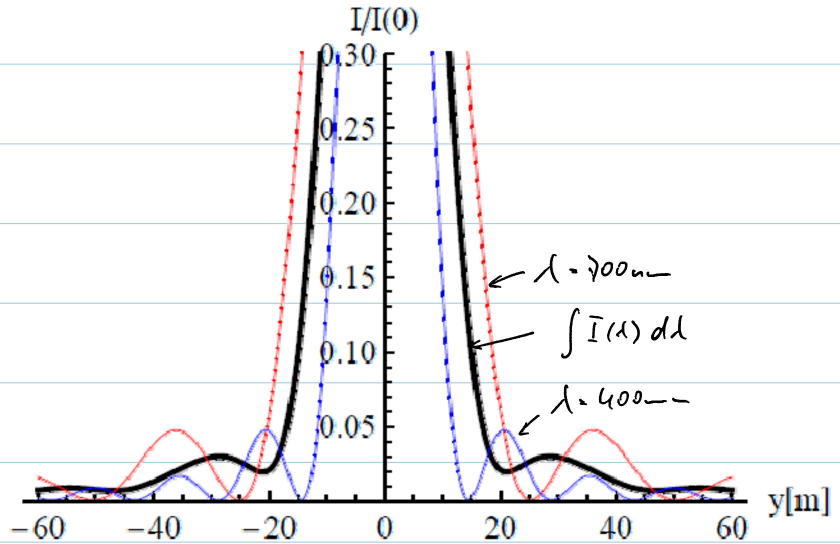
$$\frac{\lambda}{d} \sim \frac{\lambda}{h} \Delta p \quad \Rightarrow \quad \Delta p \sim \frac{h}{d}$$

Impulsänderung muss $\frac{h}{d}$ sein: $\Delta p \gtrsim \frac{h}{d}$ oder $\boxed{d \Delta p \gtrsim h}$

→ Heisenberg'sche Unschärferelation

c) Nicht-monochromatisches Licht führt zu einem 'Auswaschen' des Interferenzmusters aufgrund der unterschiedlichen Beugungswinkel der unterschiedlichen Wellenlängen.
In diesem Fall ($d_1 = 0.1\,mm$) liegt das 1. Minimum für $\lambda = 700\,nm$ bei $25\,mm$ $\left(y = \frac{R\lambda}{d} = \frac{3.6 \cdot 7 \cdot 10^{-7}}{10^{-4}} m \approx 25\,mm \right)$,

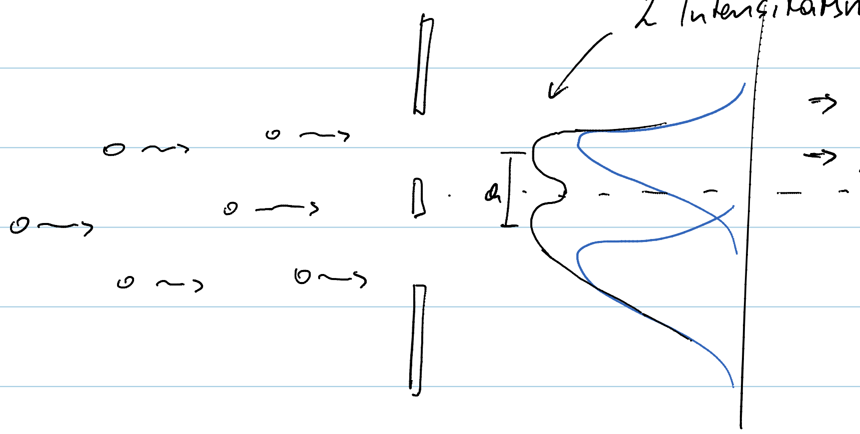
nahe des 1. Nebenmaximums für $\lambda = 400$ (siehe Abbildung)



Mittwoch, 23. Februar 2011
10:35

2 a) Photonen als Teilchen:

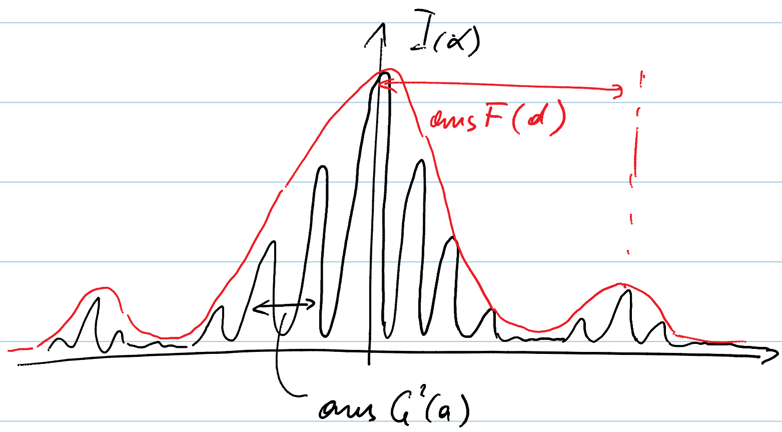
2 Intensitätsmaxima, im Abstand a



→ keine Interferenzerscheinung
→ keine Oszillationen

Der Teilchencharakter wird zwar nicht in Intensitätsmuster ersichtlich, im Experiment mit einzelnen Photonen kann aber das Auftreffen jedes Photons einzeln beobachtet werden ⇒ **Welle-Teilchen-Dualismus**

b)



Änderung des Spaltabstands a führt zu einer Änderung der schnellen Oszillationen (Strukturfaktor $G(a)$)

Änderung der Spaltbreite ⇒ Änderung der Einhüllende
(Spaltfaktor $F(\alpha)$)

c)

$$I(\alpha) = 4 I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2} \cos^2\varphi \qquad \varphi = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\alpha \qquad \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin\alpha$$

$$I(0) = 4 I_0$$

Inkohärentes Feld $\rightarrow$ keine Superposition:

$\Rightarrow$ Summation der <u>Intensitäten</u> der Einzelspalte, nicht der Felder

$$I(0) = I_1(0) + I_2(0) = \underline{\underline{2 I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}}}$$

mathematisch:

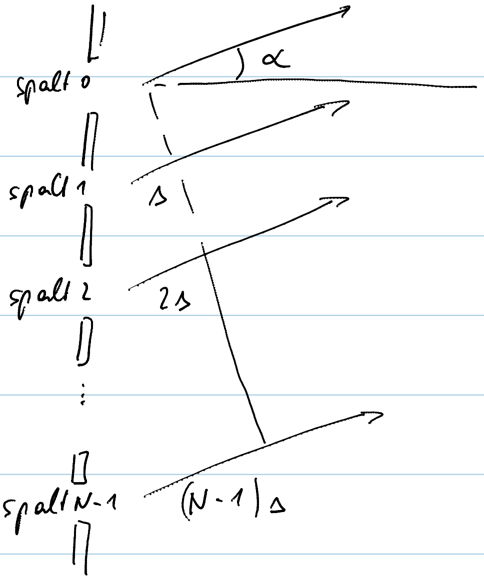
$$E = E_1 e^{-i\varphi} + E_2 \cdot e^{i\varphi} \qquad \varphi \ldots \text{zufällig}$$

$$I = \left\langle 4 I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2} \cos^2\varphi \right\rangle_\varphi = \int_0^{2\pi} f(\varphi)\, I(\varphi)\, d\varphi$$

φ... gleichförmig verteilt: $f(\varphi) = \frac{1}{2\pi}$

$$I = 4 I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2} \frac{1}{2\pi} \underbrace{\int_0^{2\pi} \cos^2\varphi \, d\varphi}_{\pi} = \underline{2 I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}}$$

d)



$$E_j = E_p\, e^{i\varphi_j} \qquad \varphi_j = j \cdot k \cdot \Delta$$

$$\Delta = a \sin\alpha$$

$$E = \sum_j E_j = E_p \sum_j e^{i\varphi_j} =$$

$$= E_p \sum_{j=0}^{N-1} \left(e^{i\varphi_1}\right)^j = E_p \frac{\left(e^{i\varphi_1}\right)^N - 1}{e^{i\varphi_1} - 1}$$

$$= E_p \cdot \frac{e^{iN\varphi_1} - 1}{e^{i\varphi_1} - 1}$$

$$\frac{e^{iN\varphi_1} - 1}{e^{i\varphi_1} - 1} = \frac{e^{iN\varphi_1/2}\left[e^{i\frac{N\varphi_1}{2}} - e^{-i\frac{N\varphi_1}{2}}\right]}{e^{i\varphi_1/2}\left[e^{i\varphi_1/2} - e^{-i\varphi_1/2}\right]} = e^{i(N-1)\frac{\varphi_1}{2}} \cdot \frac{\sin N\varphi_1/2}{\sin \frac{\varphi_1}{2}}$$

$$\rightarrow E = E_0 \frac{\sin\beta}{\beta} \sin(\omega t - kR) \cdot e^{i(N-1)\frac{\varphi_1}{2}} \cdot \frac{\sin N\varphi_1/2}{\sin \varphi_1/2}$$

↑

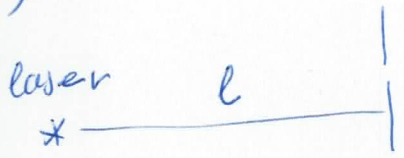
Phasenfaktor: irrelevant für I

siehe Skript:

$$I = \langle |E|^2 \rangle_T = I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{N\pi a}{\lambda}\sin\alpha\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\alpha\right)}$$

Photon Detection

a)



travelling time of a photon

$$t = \frac{l}{c} \simeq 3.33\,ns$$

Another photon shouldnot be emmitted before first one passes the double slit.

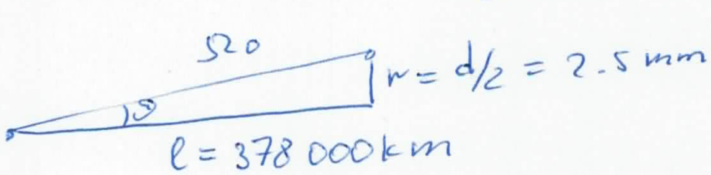
Photon emission rate for the laser is

$$\frac{P}{h\nu} = \frac{P}{2\pi (c/\lambda)\hbar} \simeq 1.27 \cdot 10^{16} \text{ photons/s}$$

The laser power should be attenuated by $4.24 \cdot 10^{7}$ times.

$$\frac{P}{2\pi\hbar(c/\lambda)} \Big/ (1/t) = \frac{P}{2\pi\hbar(c/\lambda)} \frac{l}{c} \simeq 4.24 \cdot 10^{7}$$

b) Only fraction of the photons from the pointer will arrive to the astronaut's eye. The fraction is determined by the solid angle Ω_0



$$\Omega_0 = 2\pi(1-\cos\theta) \simeq 2\pi \frac{\theta^2}{2} \simeq \frac{\pi r^2}{l^2}$$

$$\Omega_0 \simeq 1.37 \cdot 10^{-22}$$

The fraction will be given by the ratio $\frac{\Omega_0}{\Omega_1}$ where Ω_1 - is the solid angle for the pointer emission. $\Omega_1 = 3 \cdot 10^{-8}$

The pointer should have the power to be noticed:

$$P = 100 \text{ photons/s} \; h\nu \cdot \frac{\Omega_1}{\Omega_0} = 0.008\,W$$

The power is reasonably low and under perfect conditions the acestronaut can see the pointer.

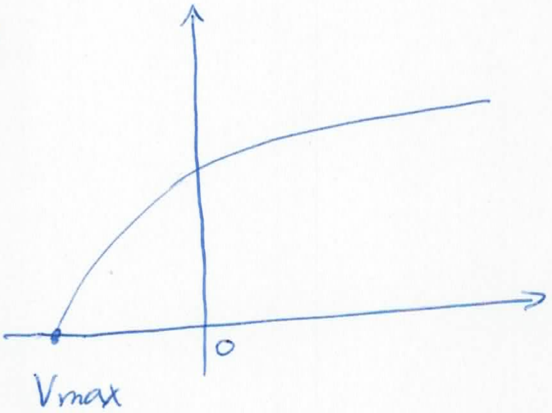
Photo effect

a) $V_{max} = \frac{h}{e} f - \frac{\Phi}{e}$ Φ is work function

$\Phi = hf\big|_{V_{max}=0} = 8.89 \cdot 10^{14}\ Hz = 5.9 \cdot 10^{-19} J$

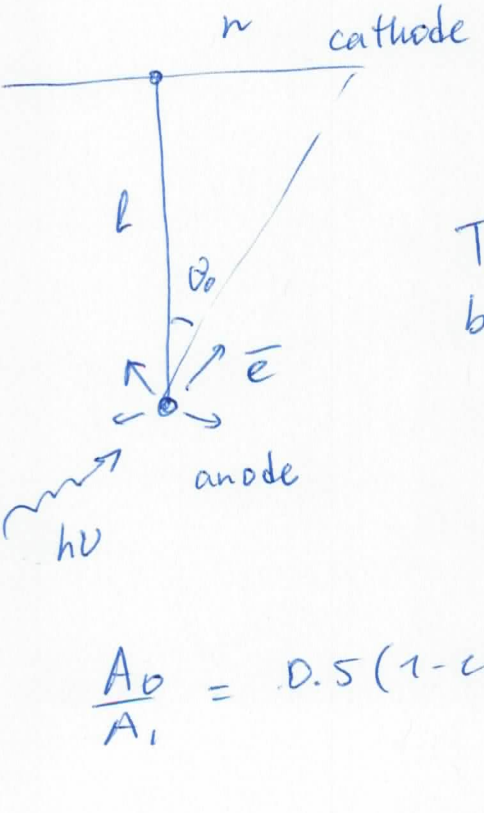
b) $E_{max} = hf - \Phi = 4 \cdot 10^{-19} J = 2.5 eV$

c)



At large V the current saturates because all emitted electrons reach the cathode.

The current value is given by the light intensity and quantum efficiency of the material



Only electrons emitted with $\theta < \theta_0$ will reach cathode

$\theta_0 = \arctan\left[\frac{n}{l}\right] \approx 0.2$

The ratio of ~~photo~~ electrons will be given by ratio of areas

$A_0 = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\theta_0} \sin\theta\, d\theta = 2\pi(1-\cos\theta)$

$A_1 = 4\pi$ - total area of sphere with radius 1.

$\frac{A_0}{A_1} = 0.5(1-\cos\theta) \approx 0.0097 \approx 0.01 = 1\%$