

## Josephson-Effekt

# Flüsternde Flussquanten

ANDREAS WALLRAFF | ALEXEY V. USTINOV

*Von der Saint-Pauls-Kathedrale in London zum Kern des Münchener Atomeis: Flussquanten in langen Josephson-Kontakten erschließen eine faszinierend vielfältige Welt physikalischer Effekte.*

Die moderne Dünnschichttechnologie ermöglicht es, abwechselnd supraleitende und dielektrische Materialien als einige Nanometer bis wenige Mikrometer dünne Filme auf einen Probenträger aufzubringen. Die optische Lithografie oder die Elektronenstrahlithografie kann solche Filme in Submikrometerauflösung strukturieren. So kann man aus mindestens zwei supraleitenden Schichten, die durch eine dielektrische Schicht voneinander isoliert sind, planare „Josephson-Tunnelkontakte“ formen. Mit solchen Josephson-Kontakten untersuchen wir experimentell die nichtlineare Elektrodynamik einzelner magnetischer Flussquanten.

Ein solches Flussquant, auch Josephson-Vortex (Vortex, engl. Wirbel) genannt, ist eine elementare elektromagnetische Anregung des nichtlinearen Resonators, den ein solcher Josephson-Kontakt formt. Es kann sich wegen der speziellen Nichtlinearität des Systems ohne Dispersion entlang des Josephson-Kontakts bewegen. Daher bezeichnet man das Vortex auch als „topologisches Soliton“. Solitonen sind

Wellenzüge, deren Form sich weder zeitlich noch räumlich ändert. Um die Vortizes detailliert zu untersuchen und präzise mit theoretischen Modelle zu vergleichen, variieren wir die Abmessungen der verwendeten Josephson-Kontakte: Wir erzeugen gezielt eindimensionale oder zweidimensionale Kontaktstrukturen.

Hier stellen wir ein Beispiel aus unserer aktuellen Forschung vor. In einem ringförmigen Josephson-Kontakt wird ein Flussquant auf relativistische Geschwindigkeiten beschleunigt. Dabei erzeugt das Flussquant bei seiner Bewegung mittels eines Mechanismus, der dem Tscherenkow-Effekt verwandt ist, elektromagnetische Strahlung. Wir konnten nachweisen, dass die räumliche Verteilung dieser Strahlung der Schallverteilung entspricht, wie sie in einer Flüstergalerie entsteht (Abbildung 1). Dieser Effekt ist auch interessant für Anwendungen, denn mit ihm kann spektral schmalbandige elektromagnetische Strahlung im Sub-Terahertz-Bereich erzeugt werden.

### Flussquanten in Supraleitern

Zum besseren Verständnis des Effekts wollen wir hier kurz erklären, unter welchen Bedingungen Flussquanten in Supraleitern und in Josephson-Kontakten auftreten. Supraleiter verlieren bei Temperaturen unterhalb einer material-spezifischen, kritischen Temperatur  $T_c$  ihren elektrischen Widerstand vollständig. Ebenso charakteristisch sind die magnetischen Eigenschaften eines Supraleiters: Bringt man ihn in ein äußeres Magnetfeld, das kleiner als eine material-abhängige, kritische Feldstärke  $H_{c1}$  ist, dann verhält er sich perfekt diamagnetisch. Er verdrängt das Magnetfeld aus seinem Inneren (Abbildung 2a).

Dieser „Meißner-Effekt“ ist unabhängig davon, ob der Supraleiter in einem äußeren Magnetfeld oder feldfrei unter seine kritische Temperatur abgekühlt wird. Oberhalb der kritischen Feldstärke  $H_{c1}$  entwickeln Supraleiter ein unterschiedliches Verhalten. In so genannten Typ-I-Supraleitern bricht die Supraleitung vollständig zusammen, sie werden wieder normalleitend. Für Typ-II-Supraleiter ist es hingegen energetisch günstiger, bei Feldstärken oberhalb  $H_{c1}$  magnetischen Fluss in ihr Inneres eindringen zu lassen (Abbildung 2b).

Die Ladungsträger des Supraleiters bestehen aus Elektronenpaaren der Ladung  $2e$  („Cooper-Paare“), die gemeinsam einen kohärenten Quantenzustand bilden. Deshalb dringt das magnetische Feld in Form einzelner magnetischer Flussquanten der Größe  $\Phi_0 = h/2e = 2,07 \cdot 10^{-7} \text{ G cm}^2$  in



**Abb. 1** Die Flüstergalerie in der Kuppel der St.-Pauls-Kathedrale in London. Die Kuppel hat einen Durchmesser von rund 38 m, die Galerie ist etwa 2 m breit und verläuft in rund 40 m Höhe.

den Supraleiter ein. Dieser magnetische Fluss entspricht in etwa dem Fluss des Erdmagnetfelds (0,4 G) durch eine Kreisfläche mit einem Radius von  $4 \mu\text{m}$ . Solche Flussquanten heißen Abrikosov-Vortizes. Im Zentrum eines Abrikosov-Vortex ist die Supraleitung durch das magnetische Feld unterdrückt und das Material deshalb normalleitend.

Fließt nun ein elektrischer Strom senkrecht zu den Feldlinien der Vortizes durch den Supraleiter, so bewegen sich die Flussquanten wegen der Lorentz-Kraft im rechten Winkel zur Strom- und Feldrichtung. Weil der Kern der Abrikosov-Vortizes normalleitend ist, wird diese Bewegung durch den elektrischen Widerstand – „Reibung“ am Atomgitter – stark gedämpft.

### Josephson-Vortizes

Man kann zwei Supraleiter so in Kontakt bringen, dass dieser Kontakt für die Cooper-Paare in beiden Supraleitern eine niedrige energetische Barriere bildet. In diesem System aus zwei „schwach gekoppelten“ Supraleitern existiert ein weiterer charakteristischer Typ von Flussquanten: Es sind die eingangs erwähnten Josephson-Vortizes, denen wir unser Hauptinteresse widmen wollen. Solche Vortizes treten dann auf, wenn ein Supraleiter lokal geschwächt wird.

Hier betrachten wir den Fall, dass zwei planare supraleitende Filme durch eine sehr dünne Schicht dielektrischen Materials voneinander getrennt sind (Abbildung 2c). Ist diese Schicht nur wenige Nanometer dick, so können Elektronenpaare durch diese künstliche Barriere hindurch tunneln. Die supraleitenden Ladungsträger auf beiden Seiten der Schicht werden dadurch kohärent gekoppelt. Dieses Phänomen heißt Josephson-Effekt (S. 189). Diese dreischich-

tige Struktur ist der oben schon erwähnte „Josephson-Tunnelkontakt“ (Abbildung 2c). Die Grenzfläche zwischen den beiden supraleitenden Filmen und dem dünnen Dielektrikum definiert die Tunnelkontaktfläche.

Wird ein solcher Tunnelkontakt in ein schwaches äußeres Magnetfeld gebracht, so dringt magnetischer Fluss entlang der Tunnelbarriere in den Supraleiter ein und formt Josephson-Vortizes (Abbildung 2c). Die laterale Ausdehnung eines einzelnen Josephson-Vortex heißt Josephson-Länge  $\lambda_J$ . Sie hängt von der Dicke der Tunnelbarriere ab, welche den supraleitenden Tunnelstrom von maximaler Stärke  $j_c$  bestimmt, und von der Eindringtiefe  $\lambda_L$  des magnetischen Feldes in den Supraleiter. Ein Josephson-Tunnelkontakt, dessen planare Abmessungen entlang einer Raumrichtung größer als  $\lambda_J$  und entlang der anderen Raumrichtung kleiner als  $\lambda_J$  sind, wird „langer Josephson-Kontakt“ genannt (Abbildung 3). Er kann bezüglich der magnetischen Flussverteilung in guter Näherung als eindimensional betrachtet werden.

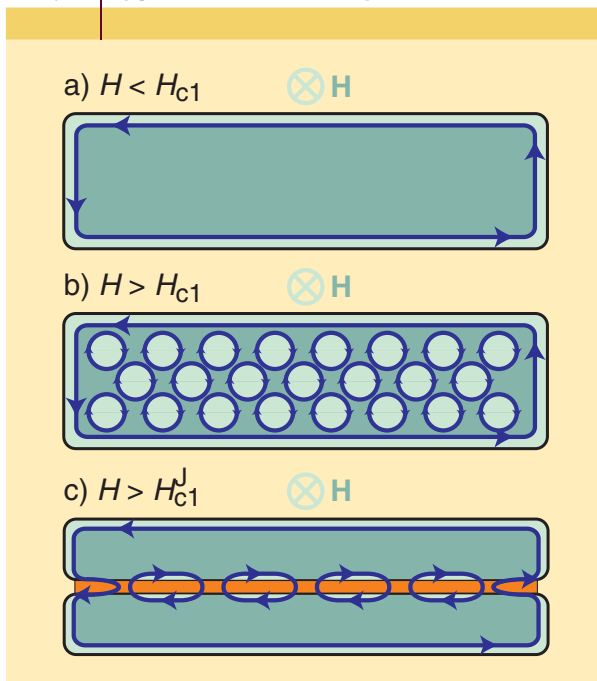
Die komplexen elektrodynamischen Vorgänge in einem langen Josephson-Kontakt lassen sich mit der so genannten Sinus-Gordon-Gleichung [2] detailliert beschreiben. Sie ist eine nichtlineare Wellengleichung für die elektromagnetischen Felder und die elektrischen Ströme im Kontakt, deren Variable  $\phi(x,t)$  ist.  $\phi(x,t)$  ist die Phasendifferenz zwischen den beiden Elektronen-Wellenfunktionen, die aus den zwei Supraleitern in die Barriere hinein reichen und sich dort überlappen („Der Josephson-Effekt“ auf S. 189 und „Die Sinus-Gordon-Gleichung“ auf S. 187).

### Einzelnes Flussquant im Tunnelkontakt

Wir betrachten nun den Fall, dass sich nur ein einzelnes Flussquant in einem langen Josephson-Kontakt befindet (Abbildung 3). Das Josephson-Vortex entspricht dann gerade einer Lösung  $\phi_t$  der Sinus-Gordon-Gleichung. Diese Lösung beschreibt einen Sprung der Phasendifferenz  $\phi$  um  $2\pi$  (Abbildung 3a). Der räumliche Gradient  $\partial\phi_t/\partial x$  dieser Phasenverteilung ist proportional zum mit dem Vortex ver-

**< a) Supraleiter verdrängen magnetische Felder unterhalb  $H_{c1}$  aus ihrem Inneren (dunkelgrüne Region). Das Feld dringt nur in eine dünne Schicht entlang der Oberfläche ein (hellgrüne Regionen) und induziert dort gegenwirkende Abschirmströme (blaue Pfeile). b) Oberhalb  $H_{c1}$  bricht in Typ-I-Supraleitern die Supraleitung zusammen. In Typ-II-Supraleitern dringt das magnetische Feld in Form von Flussquanten (Abrikosov-Vortizes) ein. c) Bei lokaler Schwächung, etwa durch eine Tunnelbarriere, dringen Josephson-Vortizes entlang der Schwächungszone – hier eine Ebene – ein.**

ABB. 2 | SUPRALEITER IM MAGNETFELD

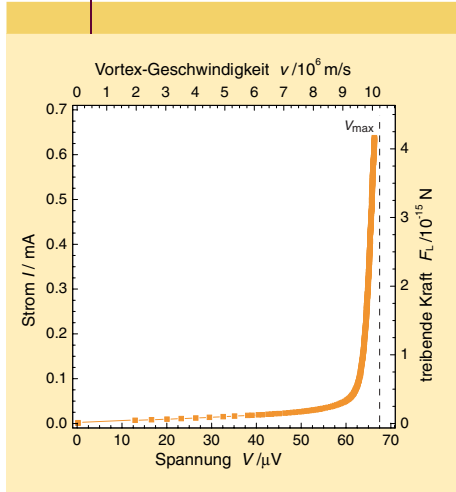


### INTERNET

Josephson-Vortizes  
[www.physik.uni-erlangen.de/PI3/ustinov/ind\\_research.html](http://www.physik.uni-erlangen.de/PI3/ustinov/ind_research.html)

Mikroresonator-Laser  
[www.mpipks-dresden.mpg.de/~noeckel/bowtie.html](http://www.mpipks-dresden.mpg.de/~noeckel/bowtie.html)

**ABB. 5 | STROM-SPANNUNGS-KENNLINIE**



**Strom-Spannungs-Kennlinie eines langen Josephson-Kontakts mit einem Vortex. Zusätzlich ist die Vortex-Geschwindigkeit  $v$  (obere horizontale Achse) gegen die Kraft auf das Vortex (rechte vertikale Achse) angegeben. Gestrichelte vertikale Linie: Swihart-Geschwindigkeit  $c_0$ .**

hälfte (Abbildung 4a) ist daher der effektive Tunnelstrom größer als in der rechte Hälfte. Abbildung 4b zeigt die Dichteverteilung des resultierenden Gesamtstroms  $I + I_s$  für die Fälle  $I = 0$  und  $I > 0$  sowie die Verteilung des Magnetfelds  $H$ . Die Gesamtkraft  $F_L$  auf das Vortex ist proportional zum über die Kontaktfläche integrierten Produkt der Gesamtstromdichte und der Magnetfeldverteilung. Das führt zu einer resultierenden Kraft  $F_L \sim I \Phi_0$  auf das Vortex, die im Bild nach links gerichtet ist.

Auf das Flussquant wirkt also eine Kraft, die proportional zum von außen angelegten Strom ist. Diese Kraft treibt das Flussquant mit einer Geschwindigkeit  $v$  entlang des quasi-eindimensionalen Josephson-Kontakts. Den Betrag von  $v$

bestimmt das Gleichgewicht zwischen der treibenden Kraft durch den Strom und den Reibungskräften. Die Bewegung des Vortex verändert die Phasendifferenz  $\phi$  in der Zeit. Das verursacht wegen des Josephson-Effekts einen Spannungsabfall über dem Tunnelkontakt, der proportional zu  $v$  ist. Man kann also über den Strom gezielt eine Kraft auf ein Josephson-Vortex ausüben und seine Geschwindigkeit anhand dieses Spannungsabfalls bestimmen.

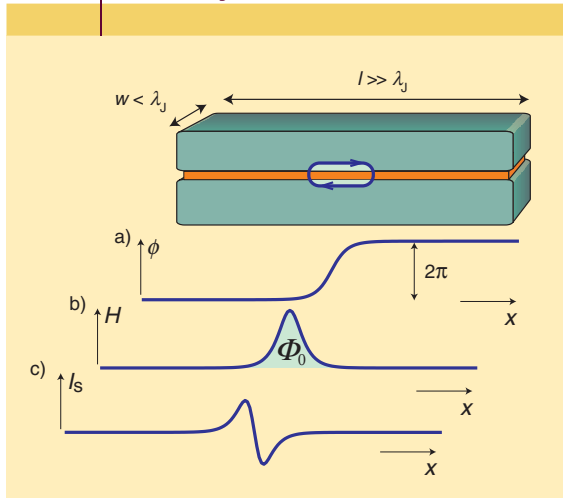
Nun lassen wir von außen einen Strom  $I$  durch den Tunnelkontakt fließen, der homogen über die Barrierenfläche verteilt ist (Abbildung 4a). Über die Lorentz-Kraft wechselwirkt  $I$  mit dem vom Vortex erzeugten Magnetfeld. Der effektive Tunnelstrom durch die Barriere ist die Summe aus  $I$  und dem mit dem Vortex verknüpften Strom  $I_s$ . In der linken Vortex-

### Relativistische Josephson-Vortizes

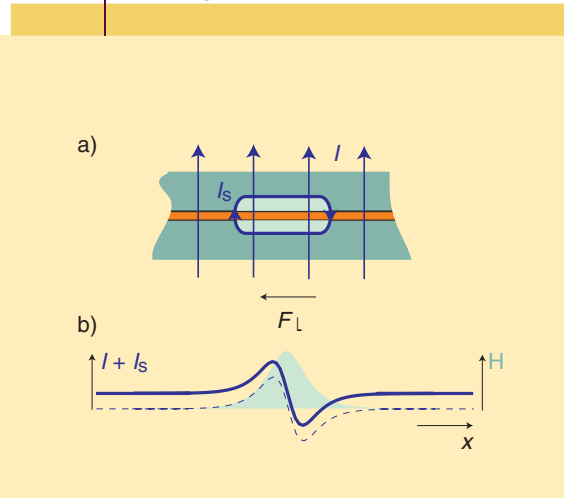
Abbildung 5 zeigt eine typische Strom-Spannungs-Kennlinie eines langen Josephson-Kontakts mit einem einzelnen Josephson-Vortex. Zur Messung dieser Kennlinie wurde der Tunnelkontakt in flüssigem Helium auf 4,2 K abgekühlt.

Anhand solcher Kennlinien lässt sich die Dynamik des Vortex detailliert untersuchen. Im Bereich kleiner äußerer Ströme  $I < 0,05$  mA steigt die Spannung näherungsweise linear mit dem fließenden Strom an: Das Vortex erhöht also seine mittlere Geschwindigkeit  $v$  proportional zur Kraft, die es spürt. Bei konstantem äußeren Strom ist  $v$  abhängig von den auf das Vortex einwirkenden Reibungskräften. Ist die Reibung schwach, so verläuft die Kennlinie im Bereich kleiner Ströme flach, ist sie groß, so ist die Kennlinie steiler. Im Gegensatz zu Abrikosov-Vortizes ist bei Josephson-Vortizes der Vortexkern supraleitend. Die Reibung wird somit nur durch den normaleitenden Tunnelwiderstand der Barriere des Josephson-Kontakts bestimmt. Hier gehen wir nicht näher auf die mikroskopischen Ursachen der auf das Vortex einwirkenden Reibungskräfte ein. Wir halten aber fest, dass die Reibung so niedrig sein kann, dass die ballistische Dynamik eines Josephson-Vortex, wie im gezeigten Fall, beobachtbar wird. Wird der fließende elektrische Strom weiter erhöht, so nimmt oberhalb von etwa 0,1 mA die Geschwindigkeit des Vortex nur noch langsam zu und strebt dem Grenzwert  $v_{\max} \equiv c_0$  entgegen (Abbildung 5).  $c_0$  ist die maximale Geschwindigkeit, mit der sich elektromagnetische Wellen entlang der Kontaktfläche des Josephson-Kon-

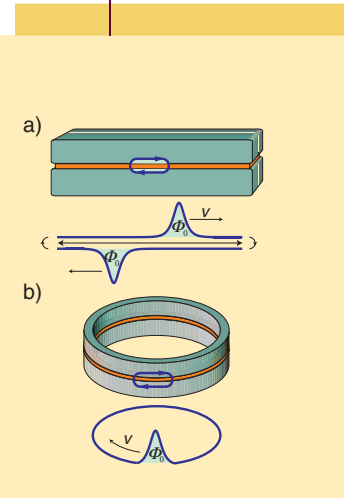
**ABB. 3 | LANGER JOSEPHSON-KONTAKT**



**ABB. 4 | FLUSSQUANT UND ÄUSSERER STROM**



**ABB. 6 | GEOMETRIEN**



takts ausbreiten können. Diese so genannte Swihart-Geschwindigkeit beträgt typischerweise wenige Prozent der Vakuumlichtgeschwindigkeit ( $3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ ). Ein Josephson-Vortex kann also durch einen äußeren Strom auf Geschwindigkeiten nahe der Swihart-Geschwindigkeit beschleunigt werden. In diesem Regime verhält sich das Josephson-Vortex wie ein relativistisches Teilchen [3].

Bewegt sich das Josephson-Vortex in einem langen linearen Kontakt mit der Geschwindigkeit  $v$ , so wird es am Rand des Tunnelkontakts unter Umkehrung seiner Polarität reflektiert (Abbildung 6a). Das verhindert ein langer Josephson-Kontakt, der zu einem Ring geschlossen ist (Abbildung 6b). In ihm läuft das Vortex ohne Reflexionen um, seine Bewegung lässt sich besonders störungsfrei untersuchen. Insbesondere führt die Krümmung der Vortex-Bahn zu neuen und interessanten Phänomenen, die wir experimentell untersucht haben.

### Tscherenkow-Strahlung

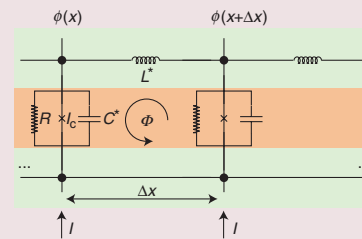
Wir betrachten nun die Bewegung eines einzelnen Josephson-Vortex entlang eines ringförmigen Tunnelkontakts mit Umfang  $2\pi r_c$  und endlicher Breite  $w$  (Abbildung 7a). Bei konstantem treibenden Strom  $I$  läuft das Vortex mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega = 2\pi / T$  um den Ring, wobei  $T$  seine Umlaufzeit ist. Die lokale Vortex-Geschwindigkeit  $v(r) = \Omega r$  im Ring hängt vom Radius  $r$  ab. Daher ist  $v(r)$  am äußeren Kontaktrand  $r_c$  deutlich größer als am inneren ( $r_i$ ). Bei kleinem treibenden Strom bleibt  $v(r)$  für alle  $r$  unterhalb der Swihart-Geschwindigkeit  $c_0$ . Das Magnetfeldprofil des Vortex hat die in Abbildung 8a skizzierte Form. Ein großer treibender Strom kann das Vortex im Tunnelkontakt dagegen bis an die Lichtgeschwindigkeit beschleunigen. Dabei erreicht das Vortex am äußeren Rand früher die Grenzgeschwindigkeit  $c_0$  als am inneren Rand. So kann es passieren, dass der äußere Teil des Vortex mit Geschwindigkeiten oberhalb der lokalen Lichtgeschwindigkeit bewegt. In diesem Fall konnten wir beobachten, dass das Vortex

elektromagnetische Strahlung im Tunnelkontakt erzeugt, die sich als Oszillationen der Feldamplitude zeigt (Abbildung 8b, [4]).

Der beobachtete Effekt wurde zuerst von Vladislav Kurin und Kollegen theoretisch vorhergesagt und ist dem Tscherenkow-Effekt sehr ähnlich [5]. Letzteren verursachen Teilchen, wenn sie sich mit einer Geschwindigkeit  $v$  durch ein Medium mit Brechungsindex  $n$  bewegen, die größer als die Lichtgeschwindigkeit im Medium  $c/n$  ist. Dabei senden

### DIE SINUS-GORDON-GLEICHUNG

Die zeitliche und räumliche Dynamik der elektromagnetischen Felder und Ströme in einem langen Josephson-Kontakt lässt sich hervorragend mittels der „Sinus-Gordon-Gleichung“ beschreiben. Diese nichtlineare Wellengleichung kann man anhand des Ersatzschaltbilds (Abbildung) für den langen Josephson-Kontakt verstehen.



Zu ihrer Herleitung betrachtet man an der Koordinate  $x$  den durch die Barriere (orange Region) fließenden supraleitenden Tunnelstrom ( $\sim I_c$ ), den normalen Tunnelstrom ( $\sim 1/R$ ), den Verschiebungsstrom ( $\sim C^*$ ) und den von außen angelegten Strom  $I$ . Der zwischen  $x$  und  $x + \Delta x$  entlang der Elektrode (grüne Region) fließende Strom hat induktiven Charakter ( $\sim 1/L^*$ ). Unter Beachtung der Kirchhoffschen Regeln und der Quantisierung des magnetischen Flusses  $\Phi$  im Supraleiter findet man für  $\Delta x$  gegen 0 die Sinus-Gordon-Gleichung:

$$\frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{1}{L^*} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\Phi_0}{2\pi} C^* \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - j_c \sin(\phi) = -j + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (4)$$

In (4) sind alle elektromagnetischen Felder mittels der Josephson-Gleichungen (1–3) durch die Phasendifferenz  $\phi$  ausgedrückt.

Vernachlässigt man die Terme auf der rechten Seite von (4), so findet man

unter Berücksichtigung geeigneter Randbedingungen die exakte Lösung

$$\phi_i(x,t) = 4 \arctan \left[ \exp \left( \pm \frac{x/\lambda_j - (v/c_0) t \omega_p}{\sqrt{1 - (v/c_0)^2}} \right) \right] \quad (5)$$

welche das Josephson-Vortex beschreibt (Abbildung 3). Dabei ist

$$\lambda_j = \sqrt{\Phi_0 / (2\pi j_c^*)}$$

die Josephson-Länge und

$$\omega_p = \sqrt{2\pi j_c / (\Phi_0 C^*)}$$

die „Josephson-Plasmafrequenz“. In (5) erkennt man den relativistischen Faktor

$$1/\sqrt{1 - (v/c_0)^2},$$

der verantwortlich ist für die geschwindigkeitsabhängigen relativistischen Eigenschaften des Vortex [3]. Dabei ist die so genannte Swihart-Geschwindigkeit

$$c_0 = \lambda_j \omega_p = 1/\sqrt{L^* C^*}$$

die maximal mögliche Ausbreitungsgeschwindigkeit von elektromagnetischen Wellen im Josephson-Kontakt. Die charakteristische Geschwindigkeit  $c_0$  ist aufgrund der im Vergleich zur Eindringtiefe des elektrischen Feldes relativ großen Eindringtiefe des Magnetfelds in den Supraleiter deutlich kleiner als die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Durch Linearisierung des Terms  $\sin \phi \approx \phi$  in (4) für  $|\phi| \ll 1$  ergeben sich Lösungen der Form

$$\phi_{lin} = a_0 \exp \left( ik \frac{x}{\lambda_j} - i\sqrt{1+k^2} \omega_p t \right) \quad (6)$$

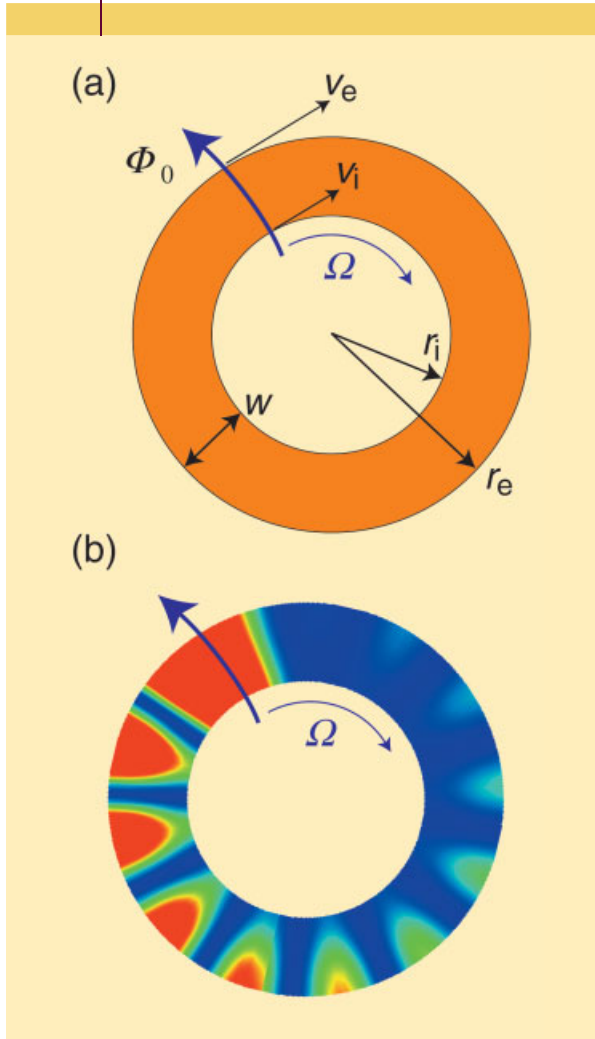
Sie beschreiben lineare Wellen kleiner Amplitude ( $a_0 \ll 2\pi$ ) mit der Wellenzahl  $k$  im Josephson-Kontakt, die „Josephson-Plasmawellen“.

«« Langer Josephson-Kontakt der Länge  $l \gg \lambda_j$  und Breite  $w < \lambda_j$  mit einem einzelnen Josephson-Vortex und den zugehörigen Feldern: a) die Phasendifferenz ( $\phi$ ), b) das Magnetfeld ( $\sim \partial\phi/\partial x$ ) und c) der Suprastrom ( $\sim \sin \phi$ ). Die grüne Fläche unter dem Peak in b) entspricht  $\Phi_0$ .

« a) Äußerer Strom  $I$  und der mit dem Vortex verknüpfte Strom  $I_s$  im Tunnelkontakt. b) Stromdichteverteilungen des Gesamtstroms  $I + I_s$  für die Fälle  $I = 0$  (gestrichelt) und  $I > 0$  (durchgezogen). Hellgrün: Verteilung des Magnetfelds  $H$ .  $F_L$  ist die effektive Kraft auf das Flussquant.

« a) In einem linearen Kontakt wird das Vortex am Rand unter Wechsel seiner Polarität reflektiert. Es bewegt sich also abwechselnd bei gleicher Richtung des äußeren Stroms in entgegengesetzte Richtungen. b) In einem ringförmigen Kontakt kann das Vortex störungsfrei umlaufen.

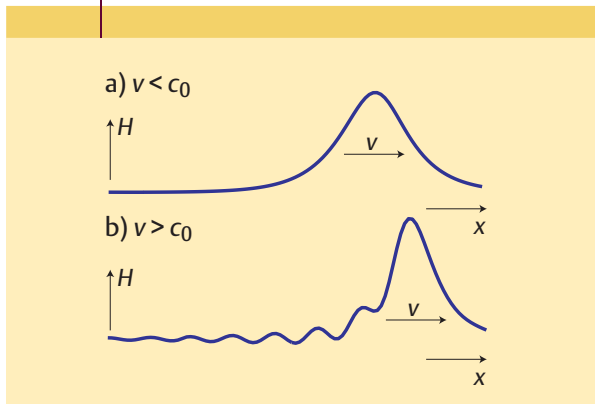
**ABB. 7 | TSCHERENKOW-STRAHLUNG**



**a) Ringförmiger langer Josephson-Kontakt der Breite  $w$ . Das Vortex läuft mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  um.  $v_i$  ist die Geschwindigkeit am inneren Rand  $r_i$ ,  $v_e$  die am äußeren Rand  $r_e$ .  
**b) Numerisch berechnete Magnetfeldverteilung der bei hohem  $\Omega$  entstehenden Tscherenkow-Strahlung; rot entspricht großer, blau kleiner Feldstärke.****

**ABB. 8 | MAGNETFELDVERTEILUNG**

**a) Magnetfeldverteilung eines Josephson-Vortex im ringförmigen langen Josephson-Kontakt bei  $v < c_0$ . b) Bei Vortex-Geschwindigkeiten  $v > c_0$  entsteht Tscherenkow-Strahlung.**



sie eine charakteristische elektromagnetische Strahlung aus. Ein Beispiel sind mit schwerem Wasser moderierte Kernreaktoren. Während der Kernreaktion entstehen in ihnen schnelle Elektronen, die beim Flug durch das schwere Wasser ein intensives Licht im blauen Spektralbereich abstrahlen (Abbildung 9). In ähnlicher Art und Weise erzeugen relativistische Vortices in Josephson-Tunnelkontakten Mikrowellenstrahlung im Frequenzbereich einiger 100 GHz [6,7].

### Flüstergaleriemoden

In der kreisförmigen Kuppel der St.-Pauls-Kathedrale in London (Abbildung 1) kann man auf der Flüstergalerie ein interessantes akustisches Phänomen wahrnehmen. Flüstert jemand auf der Galerie entlang ihrer Außenmauer, so kann ein Partner auf der gegenüberliegenden Seite der Galerie die geflüsterten Worte klar und deutlich verstehen. Das funktioniert jedoch nicht, sobald die Person in Richtung des Zentrums der Kuppel flüstert.

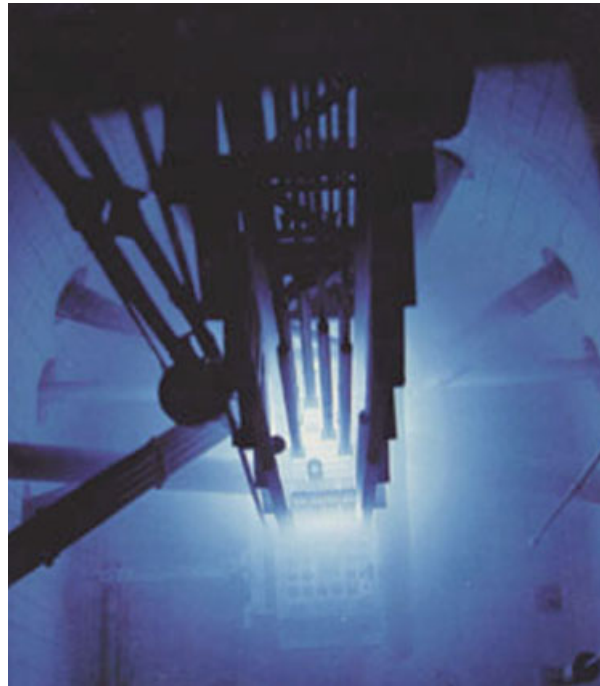
Dieses Phänomen erweckte das Interesse von Lord Rayleigh und anderen Forschern seiner Zeit [8,9]. Er fand heraus, dass ein Flüstern entlang des Galerie-Außenkreises die akustischen Eigenmoden der kreisförmigen Kuppel anregen kann. Diese Eigenmoden transportieren den Schall mit deutlich verminderter Dämpfung. Die Intensitätsverteilung dieser Moden, deren Maxima am äußeren Rand der Galerie lokalisiert sind und die entlang ihres Umfangs oszillieren, kann durch Besselfunktionen hoher Ordnung beschrieben werden. Eine solche Art der Anregung gilt universell für alle kreis- oder ringförmigen Resonatoren. Das akustische Phänomen hat seinen Namen „Flüstergalerie“ (engl.: Whispering Gallery) einer großen Zahl anderer Anregungen, meist elektromagnetischer Natur, geliehen. In letzter Zeit hat insbesondere die Entwicklung von Mikroresonatoren für Laseranwendungen auf Basis des Flüstergalerie-Effekts große Beachtung gefunden [10].

In unseren Experimenten haben wir erstmals die Anregung solcher Flüstergaleriemoden auch in ringförmigen Josephson-Kontakten beobachten können. Bei genügend hohen Strömen erzeugt das umlaufende Vortex am äußeren Rand des Kontakts Tscherenkow-Strahlung. Je nach Dämpfung der elektromagnetischen Wellen im Resonator, den der Kontakt formt, kann die Tscherenkow-Strahlung stabile elektromagnetische Feldkonfigurationen anregen. In einem Resonator hoher Güte, also geringer Dämpfung, bestimmen die Eigenmoden des Resonators diese Feldverteilungen. Ein ringförmiger Resonator hat unendlich viele solcher Eigenmoden. Sie unterscheiden sich in ihrer Modenzahl  $k$  und den zugehörigen Eigenfrequenzen  $\Omega_k$ . Dabei gibt die Modenzahl  $k$  die Anzahl der Oszillationen des Feldes entlang des Umfangs des Resonators an und  $\Omega_k$  die charakteristische Frequenz der Mode. Eine solche durch ein Vortex angeregte Eigenmode des ringförmigen Resonators zeigt Abbildung 7b.

Ist die Güte des durch den ringförmigen Tunnelkontakt gebildeten Resonators hinreichend groß (etwa bei niedrigen Temperaturen), so wechselwirkt das Josephson-Vortex mit

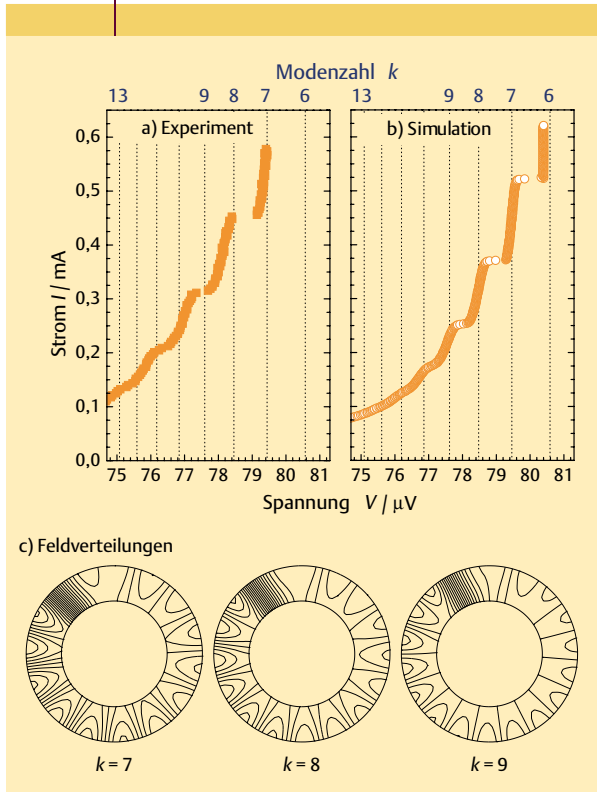
der Tscherenkow-Strahlung, die es erzeugt hat. Im Experiment konnten wir beobachten, dass sich das Vortex bevorzugt mit einer Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  bewegt, die der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $\Omega_e/k$  der angeregten elektromagnetischen Eigenmode des Resonators entspricht. In diesem Fall ist die Gruppengeschwindigkeit des Vortex identisch mit der Phasengeschwindigkeit der Flüstergaleriemode: Das Vortex bewegt sich synchron zur Welle, die es selbst anregt. Die Vortexgeschwindigkeit  $\Omega$  ist wegen des Josephson-Effekts proportional zu der über dem Kontakt abfallenden Spannung. Deshalb lässt sich dieses Phänomen als diskrete Spannungsstufen auf der Strom-Spannung-Kennlinie des Josephson-Kontakts beobachten (Abbildung 10a). In Abhängigkeit vom treibenden Strom regt das Vortex unterschiedliche Moden des Resonators an. Diese Moden stehen in Korrespondenz mit der über dem Kontakt abfallenden Spannung.

Die verschiedenen Moden unterscheiden sich in der Anzahl der periodischen Oszillationen des Feldes am äußeren Rand des Kontakts – und, wenn auch weniger deutlich, in



**Abb. 9** Blaues Tscherenkow-Licht im Inneren des Forschungsreaktors FRM-I der Technischen Universität München. Hier entsteht es durch hochenergetische Elektronen im schweren Wasser des Reaktors.

**ABB. 10** FLÜSTERGALERIEMODEN



**a) Strom-Spannung-Kennlinie eines Vortex in einem ringförmigen Josephson-Kontakt mit äußerem Radius  $r_e = 50 \mu\text{m}$  und Breite  $w = 15 \mu\text{m}$ . Die vertikalen Linien kennzeichnen die Resonanzen der verschiedenen Flüstergaleriemoden mit zugehörigen Indizes  $k$ . Für die Spannung gilt:  $V = \Phi_0 \Omega / (2\pi)$ . b) Numerisch berechnete Kennlinie. c) Feldverteilungen der Flüstergalerie-Resonanzen  $k = 7, 8$  und  $9$ . Dargestellt sind Linien konstanter Phase, eine hohe Liniendichte entspricht einer großen magnetischen Komponente der Feldverteilung.**

der radialen Verteilung des Felds. Da die geometrischen Abmessungen des Kontakts gut bekannt sind und seine elektromagnetischen Eigenschaften genau bestimmt werden können, lassen sich die Eigenmoden des Resonators und ihre charakteristischen Frequenzen genau berechnen. Aus den Spannungsstufen lässt sich somit über die Phasengeschwindigkeit  $\Omega_e/k$  der angeregten Eigenmode ihr charakteristischer Index  $k$  bestimmen (Abbildung 10a). Wir haben auch die Dynamik des Josephson-Vortex in einem zwei-

**DER JOSEPHSON-EFFEKT**

Im Jahr 1962 erkannte Brian D. Josephson (Nobelpreis für Physik 1973) als Erster [1]: Das Tunneln von Elektronenpaaren durch eine Barriere zwischen zwei Supraleitern 1 und 2 ist durch die Differenz der Phasen  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  der Elektronen-Wellenfunktionen in den beiden Supraleitern bestimmt. Dabei ist die Tunnelstromdichte  $j_s$  gegeben als

$$j_s = j_c \sin \phi \tag{1}$$

mit der maximal möglichen Tunnelstromdichte  $j_c$  und der Phasendifferenz  $\phi = \varphi_2 - \varphi_1$ . Dringt magnetischer Fluss entlang der Barriere ein, so besteht die folgende Beziehung zwischen dem Magnetfeld  $H$  und der Phasendifferenz  $\phi$ :

$$H = \frac{1}{L^*} \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \tag{2}$$

Hier ist  $L^*$  die spezifischen Induktivität des Tunnelkontakts. Verändert sich die Phasendifferenz mit einer Rate  $\partial \phi / \partial t$  – etwa durch eine zeitliche Änderung der Flussverteilung – so ist dies im Tunnelkontakt mit einem lokalen elektrischen Feld

$$D = C^* \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{3}$$

verknüpft. Hier ist  $C^*$  die spezifische Kapazität des Tunnelkontakts. Durch die Gleichungen (1–3) sind die Tunnelströme und die elektromagnetischen Felder im Josephson-Kontakt fest mit der Phasendifferenz  $\phi$  verknüpft. Diese Gleichungen beschreiben die elektrischen Eigenschaften von Josephson-Kontakten mit sehr großer Genauigkeit.

dimensionalen ringförmigen Josephson-Kontakt durch numerische Lösung der zweidimensionalen Sinus-Gordon-Gleichung simuliert [4]. Die so berechnete Strom-Spannungskennlinie weist die gleichen charakteristischen Spannungsstufen auf, wie sie im Experiment beobachtet wurden (Abbildung 10b). Mit den so gewonnenen Daten konnten wir die Feldverteilungen bestimmen, die zu verschiedenen angeregten Flüstergaleriemoden gehören. Abbildung 10c zeigt die Feldverteilungen zu den Flüstergalerie-Resonanzen mit Indizes  $k = 7, 8$  und  $9$ .

Die experimentellen Daten und die Ergebnisse der numerischen Simulationen passen gut zusammen. Sie liefern ein schlüssiges Bild der Flüstergaleriemoden im ringförmigen Josephson-Kontakt, die durch die Tscherenkow-Strahlung eines relativistischen Vortex angeregt werden.

### Ausblick

In langen Josephson-Kontakten lassen sich eine große Anzahl interessanter physikalischer Phänomene beobachten [2]. Ein aktuelles Beispiel sind die Flüstergaleriemoden, die wir hier vorgestellt haben [4]. Da sich die Vortexdynamik in mikrolithographisch hergestellten Josephson-Kontakten mit hoher Genauigkeit experimentell untersuchen lässt, spielen solche Systeme eine Vorreiterrolle bei der Untersuchung der grundlegenden Eigenschaften von Solitonen.

Im Frequenzbereich einiger 100 GHz gibt es kaum andere abstimmbare und gleichzeitig effiziente Strahlungsquellen als Vortizes in langen Josephson-Kontakten. Laser decken erst weit höhere Frequenzbereiche des elektromagnetischen Strahlungsspektrums ab, Halbleiter-Strahlungsquellen sind schlechter abstimmbare. Deshalb sind die Eigenschaften von langen Josephson-Kontakten für eine Reihe von Anwendungen interessant. Derzeit wird untersucht, wie der Flüstergalerie-Effekt zur Steigerung der Effizienz von Josephson-Vortex-basierten Strahlungsquellen genutzt werden kann. Josephson-Vortex-Strahlungsquellen sind besonders interessant für Anwendungen im Mikrowellen-Frequenzbereich in der Spektroskopie und in der Radioastronomie. Dort verwenden integrierte Empfänger die hochfrequente Strahlung relativistischer Josephson-Vortizes in linearen Kontakten als Lokaloszillator [11]. So können sie Strahlung im Frequenzbereich von etwa 100 bis 700 GHz detektieren. Als direkte Strahlungsdetektoren wurden auch ringförmige Josephson-Kontakte vorgeschlagen [12]. In diese und viele andere denkbare Anwendungen können Josephson-Vortex-Strahlungsquellen bestechenden Vorteile einbringen: Sie lassen sich auf kleinsten Raum auf einem Mikrochip realisieren, brauchen nur winzige Eingangsleistungen und sind in einem weiten Frequenzbereich abstimmbare.

### Zusammenfassung

*In ringförmigen, langen Josephson-Kontakten kann ein externer Strom einzelne Flussquanten (Vortizes) bis auf relativistische Geschwindigkeiten beschleunigen. Dabei erzeugen sie im Kontakt eine spektral schmalbandige Mikrowellenstrahlung. Die Strahlung regt abhängig von der Vortex-Geschwindigkeit diskrete elektromagnetische Eigenmoden des ringförmigen Resonators an: Sie funktionieren wie die Akustik der berühmten Flüstergalerie in der Saint-Pauls-Kathedrale in London. Abstimmbare Josephson-Vortex-Strahlungsquellen decken einen Bereich des elektromagnetischen Frequenzspektrums ab, der mit anderen Strahlungsquellen schwierig zu erreichen ist. Deshalb sind sie für technische Anwendungen interessant.*

### Stichworte

Supraleitung, Josephson-Effekt, Flüstergalerie-Moden, Josephson-Vortex-Strahlungsquelle.

### Literatur

- [1] B. D. Josephson, Phys. Rev. Lett. **1962**, *1*, 251.
- [2] A. V. Ustinov, Physica D **1998**, *123*, 315.
- [3] A. Laub et al., Phys. Rev. Lett. **1995**, *75*, 1372.
- [4] A. Wallraff et al., Phys. Rev. Lett. **2000**, *84*, 151.
- [5] V. V. Kurin et al., Phys. Rev. Lett. **1998**, *80*, 3372.
- [6] G. Hechtfischer et al., Phys. Rev. Lett. **1997**, *79*, 1365.
- [7] E. Goldobin et al., Phys. Rev. B **1998**, *57*, 130.
- [8] Lord Rayleigh, Scientific Papers (Cambridge University) **1912**, 617.
- [9] J. Walker, Scientific American **1978**, *239*, 147.
- [10] C. Gmachl et al., Science **1998**, *280*, 1556.
- [11] V. P. Koshelets et al., Appl. Phys. Lett. **1996**, *68*, 1273.
- [12] C. Nappi and R. Cristiano, Appl. Phys. Lett. **1997**, *70*, 1320.

### Die Autoren



Andreas Wallraff, geb. 1971, Physikstudium an der Rheinisch Westfälischen Technischen Hochschule (RWTH) Aachen (Diplom 1997) und am Imperial College of Science and Technology, London. 2000 Promotion an der Universität Erlangen-Nürnberg. Derzeit Post-doc in Erlangen.



Alexey V. Ustinov, geb. 1961, Physikstudium an der Moskauer Universität für Physik und Technologie – Fiztekh. 1987 Promotion an der Akademie der Wissenschaften in Chernogolovka. Seit 1996 Professor für Experimentalphysik an der Universität Erlangen-Nürnberg.

**Anschrift:** Physikalisches Institut III, Erwin-Rommel-Str. 1, Universität Erlangen-Nürnberg, 91058 Erlangen, Andreas.Wallraff@physik.uni-erlangen.de